ПРЕДИСЛОВИЕ

Данное методическое пособие разработано к УМК «Алгебра. 7 класс» Г. К. Муравина, О. В. Муравиной, который включает:

- учебник «Алгебра. 7 класс»;
- электронное приложение к учебнику (размещено на сайте www.drofa.ru);
- рабочую программу (размещено на сайте www.drofa.ru);
- рабочие тетради для учащихся;
- дидактические материалы.

Основными целями курса алгебры 7 класса в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования являются: «осознание значения математики ... в повседневной жизни человека; формирование представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математической науки; формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления»[1].

---

[1] Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования / М-во образования и науки РФ. — М.: Просвещение, 2011. (Стандарты второго поколения.) Приказ Министерства образования и науки РФ от 17.12.2010. № 1897. С. 13.

Усвоенные знания и способы действий по математике в основной школе необходимы не только для дальнейшего успешного изучения математики и других школьных дисциплин в основной школе, но и для решения реальных практических задач в повседневной жизни.

При разработке учебников мы дополнительно ставили перед собой следующие цели: развитие личности школьника средствами математики, подготовка его к продолжению обучения и к самореализации в современном обществе.

Достижение поставленных целей предусматривает решение следующих задач:

— формирование мотивации к изучению математики, готовности и способности учащихся к саморазвитию, личностному самоопределению, построению индивидуальной траектории в изучении предмета;

— формирование у учащихся способности к организации своей учебной деятельности посредством освоения личностных, познавательных, регулятивных и коммуникативных универсальных учебных действий;

— формирование специфических для математики стилей мышления, необходимых для полноценного функционирования в современном обществе, в частности, логического, алгоритмического и эвристического;

— освоение в ходе изучения математики специфических видов деятельности, таких как построение математических моделей, использование инструментальных вычислений, овладение символическим языком предмета и др.;

— формирование умений представлять информацию в зависимости от поставленных задач в виде таблицы, схемы, графика, диаграммы, использовать компьютерные программы, Интернет при ее обработке;

— овладение учащимися математическим языком и аппаратом как средством описания и исследования явлений окружающего мира и формирования научного мировоззрения;

— овладение системой математических знаний, умений и навыков, необходимых для решения задач повседневной жизни, изучения смежных дисциплин и продолжения образования;

— воспитание культуры личности, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры, играющей особую роль в общественном развитии.

Методическая концепция обучения выражается в системно-деятельностном подходе и принципах обучения, которые сформулированы ниже.

Системно-деятельностный подход предполагает ориентацию на достижение цели и основного результата образования — развитие на основе освоения универсальных учебных действий, познания и освоения мира личности обучающегося, его активной учебно-познавательной деятельности, формирование его готовности к саморазвитию и непрерывному образованию; разнообразие индивидуальных образовательных траекторий и индивидуального развития каждого обучающегося.

Принцип разделения трудностей. Математическая деятельность, которой должен овладеть школьник, является комплексной, состоящей из многих компонентов. Именно эта многокомпонентность является основной причиной испытываемых школьниками трудностей. Концентрация внимания на обучении отдельным компонентам делает материал доступнее.

Нужно правильно и последовательно выбирать компоненты для обучения. Если некоторая математическая деятельность содержит творческую и техническую компоненты, то, согласно принципу разделения трудностей, они изучаются отдельно.

Например, в 7 классе решение текстовых задач разбито на отдельные пункты. В одном пункте ученики учатся составлению уравнений к текстовым задачам, в другом — решению уравнений и доведению решения текстовой задачи до ответа.

Если изучаемый материал носит алгоритмический характер, то для отработки и осознания каждого шага алгоритма в учебнике составляется система творческих заданий. Каждое следующее задание в системе опирается на результат предыдущего, применяется сформированное умение, новое знание. Постепенно, легко и непринужденно будет сформирован весь алгоритм действия.

Принцип укрупнения дидактических единиц. Укрупненная дидактическая единица (УДЕ) — это клеточка учебного процесса, состоящая из логически различных элементов, обладающих в то же время информационной общностью. Она обладает качествами системности и целостности, устойчивостью во времени и быстрым проявлением в памяти. Принцип УДЕ предполагает совместное и одновременное изучение взаимосвязанных действий, операций, функций, теорем. Принцип укрупнения дидактических единиц прекрасно работает в некоторых темах, например, при изучении формул сокращенного умножения, формул комбинаторики, в арифметической и геометрической прогрессиях.

Принцип опережающего формирования ориентировочной основы действия (ООД) заключается в формировании представления обучающегося о цели, плане и средствах осуществления некоторого действия. Полная ООД обеспечивает систематически безошибочное выполнение действия в некотором диапазоне ситуаций. ООД должна составляться учениками совместно с учителем в ходе выполнения системы заданий. Отдельные этапы ООД включаются в опережающую систему упражнений, что дает возможность готовить базу к изучению нового материала и увеличивать время на их усвоение.

Принципы позитивной педагогики заложены в основе педагогики сопровождения, поддержки и сотрудничества с учеником. При этом у учащихся формируются критичность, здравый смысл и рациональность как интеллектуальная атмосфера гуманистического образования. В процессе обучения учитель воспитывает эмпатией, уважением, свободой, ответственностью и участием. В общении с учителем передаются, усваиваются и вырабатываются приемы жизненного роста как цепь процедур самоидентификации, самоопределения, самоактуализации и самореализации, в результате которых формируется творчески-позитивное отношение к себе, к социуму и к окружающему миру в целом, вырабатывается жизнестойкость, расширяются возможности и перспективы здоровой жизни полной радости и творчества.

Перейдем к разговору о конкретной технологии обучения, которая строится на базе двух форм организации работы с классом. Одна из них, *фронтальная беседа*, используется в основном при изучении нового материала и при работе с нестандартными (развивающими) задачами. Вторая — *самостоятельная письменная работа* применяется для формирования навыка решения стандартных задач.

1. ***Фронтальная беседа.*** Работа строится в виде диалога учителя с классом, при этом учитель старается с помощью системы вопросов вовлечь в него возможно большее число учащихся. Понятно, что наиболее простые вопросы адресуются ученикам послабее. Необходимо следить, чтобы фронтальная беседа не превратилась в работу только с сильными учениками, когда большая часть класса даже не успевает следить за развитием сюжета. В связи с этим желательно *заранее планировать*, какому ученику и какой вопрос задать.

При работе с новым материалом учитель часто делает записи на классной доске, однако ученики не должны их дублировать в своих тетрадях — в большинстве случаев аналогичный материал есть в учебнике. Главная задача состоит в том, чтобы ученики не разделяли свое внимание между несколькими видами деятельности. *В каждый момент урока ученик должен заниматься чем-то одним*: внимательно слушать, обдумывать, устно считать, переписывать, сравнивать или что-то записывать в тетради. Учитель же должен своевременно переключать внимание школьников с одного вида деятельности на другой, учитывая, что они, как правило, не могут долго (в 7 классе не больше 5—7 минут) концентрироваться на одном виде деятельности.

Вернемся к проблеме переписывания с доски. Если учитель все же считает, что какие-то из записей на доске должны оказаться в ученических тетрадях, то после объяснения соответствующего логически законченного блока ему следует специально выделить время и предложить ученикам сделать соответствующие записи в тетрадях.

За активное участие в работе учеников полезно стимулировать отметками или похвалой.

2. *Письменная самостоятельная работа.* Непременное требование, которому должна удовлетворять организация самостоятельной работы, — информация о ее продолжительности до начала работы и анализ результатов непосредственно после ее окончания. Конечно, глубина анализа может быть различной, однако каждый ученик, закончив работу, как минимум, должен знать, какую ее часть он выполнил верно и где допустил ошибку.

Это требование немедленного самоконтроля заставляет несколько иначе взглянуть на *домашнюю работу* школьников, а также на организацию *контрольных работ*. В частности, можно утверждать, что материал алгоритмического характера нельзя задавать на дом, пока учениками не усвоены соответствующие алгоритмы, поскольку даже констатация расхождения полученного ответа с ответом в учебнике может оказаться недостаточной для отыскания ошибочного шага в решении.

Тематические контрольные работы, помещенные в наших методических рекомендациях, составлены так, чтобы оставалось хотя бы 10 минут урока на анализ их результатов (после сдачи работ ученики несколько минут еще помнят, что они в них написали).

Наиболее эффективны относительно небольшие одновариантные *самостоятельные работы*, рассчитанные на 4—6 минут. Продолжительность работы выбирается такой, чтобы снизить неэффективные затраты времени школьников, одни из которых заканчивают раньше срока, а другие иногда задерживаются при выполнении какой-то части работы. Одновариантность работы существенно экономит время анализа ее результатов, а проблема списывания снимается, если ученики знают, что работа только готовит к выполнению заданий на оценку. Такие короткие самостоятельные работы обычно предлагаются сериями (по несколько работ в каждой). Между работами серии иногда полезно переключать внимание школьников на другой материал, предлагая им для обсуждения какое-нибудь нестандартное несложное задание, как правило идейно связанное с изучаемым материалом.

Выставление отметок за самостоятельную работу проводится, когда материал достаточно отработан. Контролирующие самостоятельные работы лучше, конечно, проводить в нескольких вариантах (можно использовать любые имеющиеся дидактические материалы, хотя упражнений в учебнике на два варианта должно хватить). Для обеспечения объективности самооценивания можно использовать копирку — ученики выполняют работу в тетради, но подкладывают заранее подписанный лист бумаги, на котором через копирку дублируются их записи. По окончании работы ученик сдает копию учителю, сверяет свои решения (как минимум, ответы) и выставляет себе отметку. Учителю нет необходимости всегда проверять все сданные работы — большинство учеников ставят себе отметку объективно (по сформулированным учителем критериям).

Во время анализа работы школьники могут задать любой вопрос по выполнению включенных в нее заданий. Отвечает на него либо сам учитель, либо кто-то из учащихся.

Кроме этих основных форм, конечно, имеют место и другие хорошо известные виды учебной работы, такие как устные упражнения, математические диктанты, самостоятельная работа с учебником, парные самостоятельные работы и т. д.

Эффективность работы существенно повысится, если, рассмотрев любой логически завершенный блок материала (вывод формулы, составление уравнения по тексту задачи, решение примера, правильное решение заданий самостоятельной работы, чтение и обсуждение фрагмента учебника и т. п.), предложить школьникам полминуты молча подумать о том, что важного и нового для себя они из этого блока узнали, в чем заключалась их ошибка и т. п., т. е. еще раз как бы прокрутить этот блок материала в своем сознании.

Особенности построения УМК обеспечивают достижение выпускниками основной школы следующих личностных, метапредметных и предметных результатов.

Личностные результаты

Сформированность:

— ответственного отношения к учению, готовность и способность обучающихся к самореализации и самообразованию на основе развитой мотивации учебной деятельности и личностного смысла изучения математики, заинтересованность в приобретении и расширении знаний и способов действий по предмету, осознанного построения индивидуальной образовательной траектории;

— коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве, в учебно-исследовательской, творческой и других видах деятельности по предмету, которая выражается в умении ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, выстраивать аргументацию и вести конструктивный диалог, приводить примеры и контрпримеры, а также понимать и уважать позицию собеседника, достигать взаимопонимания, сотрудничать для достижения общих результатов;

— целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики. Сформированность представления об изучаемых математических понятиях и методах как важнейших средствах математического моделирования реальных процессов и явлений;

— формально-логического мышления: критичность (распознавание логически некорректных высказываний), креативность (собственная аргументация, опровержения, постановка задач, формулировка проблемы, исследовательский проект и др.).

Метапредметные результаты

Сформированность:

— способности самостоятельно ставить цели учебной и исследовательской деятельности, планировать, осуществлять, контролировать и оценивать учебные действия в соответствии с поставленной задачей и условиями ее выполнения;

— умения самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;

— умения находить необходимую информацию в различных источниках (в справочниках, литературе, Интернете), представлять в различной форме (словесной, табличной, графической, символической), обрабатывать, хранить и передавать в соответствии с познавательными или коммуникативными задачами;

— осознанного владения приемами умственных действий: определения понятий, обобщения, установления аналогий, классификации на основе самостоятельного выбора оснований и критериев, установления родовидовых и причинно-следственных связей, построения умозаключений индуктивного, дедуктивного характера или по аналогии;

— умения организовывать совместную учебную деятельность с учителем и сверстниками: определять цели, распределять функции, взаимодействовать в группе, выдвигать гипотезы, находить решение проблемы, разрешать конфликты на основе согласования позиции и учета интересов, аргументировать и отстаивать свое мнение.

Предметные результаты

Сформированность:

— умения работать с математическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи, применяя математическую терминологию и символику, использовать различные языки математики (словесный, символический, графический, табличный), доказывать математические утверждения;

— умения использовать базовые понятия из основных разделов содержания (число, функция, уравнение, неравенство, вероятность, множество, доказательство и др.);

— представлений о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел; практических навыков выполнения устных, письменных, инструментальных вычислений, вычислительной культуры;

— представлений о простейших геометрических фигурах, пространственных телах и их свойствах и умений в их изображении;

— умения измерять длины отрезков, величины углов, использовать формулы для нахождения периметров, площадей и объемов простейших геометрических фигур;

— умения использовать символический язык алгебры, приемы тождественных преобразований рациональных выражений, решения уравнений, неравенств и их систем; идею координат на плоскости для интерпретации решения уравнений, неравенств и их систем; алгебраического аппарата для решения математических и нематематических задач;

— умения использовать систему функциональных понятий, функционально-графические представления для описания и анализа реальных зависимостей;

— представлений о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения, об особенностях выводов и прогнозов, носящих вероятностный характер;

— приемов владения различными языками математики (словесный, символический, графический) для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;

— умения применять изученные понятия, аппарат различных разделов курса к решению межпредметных задач и задач повседневной жизни.

Достижение личностных результатов оценивается на качественном уровне (без отметки). Сформированность метапредметных и предметных умений оценивается в баллах по результатам текущего, тематического и итогового контроля.

Структура учебника

Учебник «Алгебра. 7 класс» содержит шесть глав:

1. Математический язык.
2. Функция.
3. Степень с натуральным показателем.
4. Многочлены.
5. Вероятность.
6. Повторение.

Первая глава посвящена повторению материала, изученного в 5—6 классах. В рамках разговора о математическом языке одни понятия, такие как числовое и буквенное выражения, выражения с переменными, уравнение повторяются, а понятия высказывания, допустимых значений переменных, математической модели задачи, равносильных преобразований уравнений, системы линейных уравнений, а также способы их решения изучаются как новый материал.

Вторая глава посвящена введению понятия функции, способам ее задания, определению и графику линейной функции, а также графику линейного уравнения с двумя переменными.

В отличие от некоторых других учебников, в нашем учебнике сразу вводится обозначение $y = f(x)$, где буквой f обозначается правило, пользуясь которым, по каждому допустимому значению аргумента, можно найти соответствующее ему значение функции.

Раннее введение обозначения позволяет школьникам не только научиться за счет длительной практики более уверенно им пользоваться, но и существенно упрощает формулировки многих задач и решений.

В **третьей главе** формируется понятие степени с натуральным показателем, изучаются свойства степени, действия со степенями и сокращение алгебраических дробей.

В **четвертой главе** вводится понятие многочлена, формируются умения школьников перемножать многочлены, разлагать многочлены на множители, использовать формулы сокращенного умножения.

Материал **пятой главы** относится к новой, так называемой «стохастической» линии курса математики основной школы. В эту линию вошли вопросы комбинаторики, классической теории вероятностей и математической статистики. В 5—6 классах школьники могли познакомиться с правилом произведения, которое используется при решении комбинаторных задач. Мы упоминали об этом правиле, рассматривая задачу нахождения числа делителей и вариантов представления одночлена в виде произведения двух множителей. Тем не менее материал главы рассчитан на школьников, которые не встречались с комбинаторными рассуждениями в предшествующих классах.

Материал **последней главы «Повторение»** можно использовать при организации текущего повторения, поэтому многие задания из этой главы к этому моменту могут быть выполнены. Это, однако, не мешает использовать их повторно в конце года.

В учебник включены дополнительные материалы: исследовательские работы, практикум по решению текстовых задач, домашние контрольные работы, ответы, советы и решения, справочные материалы, список дополнительной литературы и интернет-ресурсов и предметный указатель.

Каждый пункт учебника включает: объяснительный материал, который построен крупным блоком с разобранными примерами и образцами решений, историческими справками, системой упражнений и контрольными вопросами и заданиями.

К системе упражнений можно подходить с разными критериями. Например, все задачи курса алгебры можно разделить на *стандартные*, решение и оформление которых в процессе обучения стараются довести до уровня навыков, и *нестандартные*, в решении которых ученику необходимо проявлять элементы творчества, где процесс решения, пожалуй, важнее правильного ответа. Понятно, что такое деление задач зависит от программы и целей соответствующего курса. Например, некоторые задачи, стандартные для углубленного изучения математики, в общеобразовательном курсе становятся нестандартными.

Практически в любом учебнике стандартные задачи многократно дублируются в системе упражнений, в то время как нестандартные задачи являются своего рода «штучным товаром». Нельзя не отметить, что при первой встрече со стандартной задачей ученик еще не знает, что она станет для него стандартной, и в этот момент творчество ученика вполне естественно.

Другой критерий, по которому можно разделить задачи, основан на смысловом различии понятий *посильная задача* и *доступная задача*. Посильная задача — это та задача, которая по силам ученику, с решением которой он может справиться без посторонней помощи. Это, конечно, не исключает того, что и в посильной задаче ученик может допустить ошибки, однако они носят технический характер.

К доступным же задачам относятся те, в решении которых ученик может активно участвовать, например, под руководством учителя и решение которых будет ему понятно. Так, в частности, к доступным относятся «красивые» математические задачи, идеи решения которых неожиданны, в то время как их реализация элементарна. Понятно, что посильные задачи составляют подмножество доступных задач. Конечно, посильность и доступность задачи рассматриваются применительно к конкретному ученику в конкретный момент времени, поскольку по мере обучения расширяется как множество доступных, так (если не забывать о необходимости повторения) и множество посильных задач. Однако учителю математики приходится в основном работать не с конкретным учеником, а с целым классом, поэтому понятия посильности и доступности нужно относить не к отдельному ученику, а ко всему классу. Ориентироваться при этом следует, как правило, на лучшие (в смысле математического уровня) 70% учащихся.

Задачи, недоступные большинству учащихся, с классом рассматривать не следует — их можно использовать только для индивидуализации работы с сильными учениками.

Таким образом, система упражнений учебника «Алгебра. 7 класс» состоит из стандартных и нестандартных заданий, разделенных специальными обозначениями на несколько групп.

1. Стандартные задания обязательного уровня математической подготовки — задания, выполнять которые должны научиться все школьники. Таких упражнений в учебнике примерно 50%, и их номера никак не обозначены.

2. Стандартные задания чуть более сложные, чем задания обязательного уровня, выполнения которых необходимо время от времени требовать от школьников, чтобы гарантировать уверенное выполнение ими заданий обязательного минимума. Таких заданий примерно 25%, и они обозначены с помощью значка «◦» рядом с номером задания.

3. Нестандартные доступные задачи. Их примерно 20%. Эти задания обозначены значком «•» рядом с номером. Практически все эти задания желательно обсудить с классом.

4. Нестандартные задачи, которые не предназначены для работы со всем классом, относятся к заданиям повышенной трудности. Они обозначены значком «*».

Кроме того, в учебнике имеется ряд упражнений, которые выполняются только при наличии микрокалькулятора. Они обозначены «■». Большинство этих упражнений относится к соответствующему стандартному типу, но с усложненными вычислениями.

Наличие указанной разметки упражнений существенно облегчает учителю работу по планированию и проведению уроков.

Количество упражнений к пунктам учебника более чем достаточно для организации работ по изучению нового материала. Для организации *повторения* в учебнике имеется соответствующая глава, задания которой можно использовать в течение всего учебного года. Кроме того, в учебнике есть *практикум по решению текстовых задач*, в котором задачи сгруппированы по типам (три варианта в каждом) и сопровождаются системой вопросов, отвечая на которые ученик постепенно составляет уравнение или систему уравнений. Задачи практикума могут использоваться в течение всего года как в классной, так и в домашней работе.

Количество упражнений учебника может полностью обеспечить учебный процесс. В то же время, если у учителя имеются дополнительно *дидактические материалы*, *рабочие тетради* и *электронное приложение к учебнику*, их, конечно, тоже можно применять.

В учебнике имеется ряд *исследовательских работ*, большинство из которых учащиеся выполняют дома, с последующим обсуждением полученных результатов в классе.

Важную роль в работе с учебником играет *раздел ответов*, в котором приведены ответы к большинству заданий. Для более сложных заданий в соответствующем разделе представлены *советы* и *решения*. Наличие решений, с одной стороны, экономит время учителя на подготовку к уроку, а с другой — облегчает школьникам самоконтроль при выполнении домашнего задания.

Наличие в учебнике *контрольных вопросов* и *задач* к каждому пункту и *домашних контрольных работ* практически к каждому параграфу позволяет достаточно легко перейти на зачетную форму контроля за успеваемостью учащихся.

Зачеты лучше проводить по материалу целой главы. При этом содержание зачета складывается из контрольных вопросов и заданий к ее пунктам. Можно, конечно, добавлять или заменять отдельные вопросы, но о содержании зачета следует проинформировать учащихся заранее. Допуском к зачету могут служить выполненные домашние контрольные работы к параграфам соответствующей главы.

Зачетная форма гораздо гибче контрольных работ. Так, например, зачет для некоторых школьников можно растянуть на несколько занятий, да и пересдача зачета, например с «3» на «5», технически проще, чем переписывание контрольной работы.

Точное знание содержания зачета стимулирует деятельность школьников по самоконтролю. В этом плане полезно предлагать школьникам после каждого урока анализировать, на какие контрольные вопросы они могут ответить и какие новые задания из домашней контрольной работы к соответствующему параграфу они могут выполнить.

Говоря о зачетах, нельзя не отметить консерватизм отдельных представителей школьных администраций, настаивающих на сохранении традиционных форм контроля (контрольных работ). В такой ситуации учителю, конечно, не стоит идти на конфликт. Если переубедить завуча или директора не удается, то лучше воспользоваться традиционными контрольными работами на два варианта, приведенными в этой книге.

И наконец, содержащиеся в этой книге методические рекомендации — это не более чем советы авторов. Хотелось бы, чтобы они не сдерживали творческой инициативы учителя математики, а способствовали ей.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Планирование составлено из расчета:

- трех уроков алгебры в неделю (всего за год 105 часов); по нашему мнению, это учебное время минимально; в средних по уровню классах учителю придется пропускать некоторые интересные задания;
- четырех уроков алгебры в неделю (за год 140 часов).

Алгебра. 7 класс (105 ч/140 ч)

Содержание материала пункта учебника	Количество часов		Характеристика основных видов деятельности ученика
	3 часа в неделю	4 часа в неделю	
Глава 1. Математический язык	21	27	
1. Числовые выражения Калькулятор в операционной системе Windows	2	3	Описывать множество целых чисел, множество рациональных чисел, соотношение между этими множествами. Выполнять вычисления с рациональными числами. Находить значения выражений. Вычислять значения числовых выражений с помощью калькулятора; составлять программы для вычислений на калькуляторе. Решать задачи составлением числовых выражений. Проводить несложные исследования, связанные со свойствами рациональных чисел, опираясь на числовые эксперименты (в т. ч. с использованием калькулятора, компьютера)
2. Сравнение чисел	2	3	Сравнивать и упорядочивать рациональные числа

3. Выражения с переменными Числовое значение выражения с переменными. Допустимые значения переменных. Преобразование буквенных выражений на основе свойств арифметических действий	3	4	Вычислять числовое значение выражения; находить область допустимых значений переменных в выражении. Составлять программы с ячейками памяти для вычисления значений выражений. Решать задачи составлением буквенных выражений
Контрольная работа № 1	1	1	
4. Математическая модель текстовой задачи Задачи на выполнение плановых заданий, на изменение количества, на сплавы и смеси, на движение	4	5	Анализировать и осмысливать текст задачи, переформулировать условие, извлекать необходимую информацию, моделировать условие с помощью схем, рисунков, реальных предметов; составлять модели к задачам в виде уравнений. Устанавливать соответствие между задачей и ее моделью; обосновывать составление разных моделей к задаче; выбирать правильно составленные модели к задаче из нескольких
5. Решение уравнений Уравнение с одной переменной. Корень уравнения. Равносильность уравнений. Линейное уравнение. Решение	4	5	Обосновывать истинность утверждения, приводить контрпримеры при установлении ложности. Записывать множество истинности предложения с переменными. Решать линейные

Продолжение табл.

Содержание материала пункта учебника	Количество часов		Характеристика основных видов деятельности ученика
	3 часа в неделю	4 часа в неделю	
уравнений, сводящихся к линейным. Высказывание, истинное и ложное высказывания, множество истинности предложения с переменными, равносильные предложения с переменными			уравнения и уравнения, сводящиеся к линейным. Строить логическую цепочку рассуждений при решении задач; критически оценивать полученный ответ, осуществлять самоконтроль, проверяя ответ на соответствие условию. Решать текстовые задачи алгебраическим способом: переходить от словесной формулировки условия задачи к алгебраической модели путем составления уравнения; решать составленное уравнение; интерпретировать результат
6. Уравнения с переменными и их системы Линейное уравнение с двумя переменными. Решение системы уравнений, равносильные системы. Метод исключения переменной, метод сложения	4	5	Определять, является ли пара чисел решением данного уравнения с двумя переменными; приводить примеры решений уравнений с двумя переменными. Решать системы двух линейных уравнений с двумя переменными методом замены переменных и методом сложения. Решать задачи, алгебраической моделью которых является уравнение с двумя переменными

Зачет или контрольная работа № 2	1	1	
Глава 2. Функция	23	30	
7. Понятие функции Функция, аргумент функции, область определения и множество значений функции	2	3	Вычислять значения функций заданными формулами. Находить область определения и множество значений функции. Определять принадлежность точки графику функции. Использовать функциональную символику для записи разнообразных фактов, связанных с рассматриваемыми функциями, обогащая опыт знаково-символических действий. Строить речевые конструкции с использованием функциональной терминологии
8. Таблица значений и график функции Способы задания функции: формула, таблица, график функции	4	5	Составлять таблицы значений функций. Строить по точкам графики функций. Интерпретировать графики реальных зависимостей

Продолжение табл.

Содержание материала пункта учебника	**Количество часов**		**Характеристика основных видов деятельности ученика**
	3 часа в неделю	**4 часа в неделю**	
9. Пропорциональные переменные Функция $y = kx$. Область определения и множество значений функции $y = kx$	3	4	Находить значение функции по формуле для конкретного аргумента и аргумент функции по известному значению. Составлять таблицы значений функции $y = kx$. Интерпретировать графики реальных зависимостей. Использовать функциональную символику для записи разнообразных фактов, связанных с рассматриваемой функцией $y = kx$, обогащая опыт знаково-символических действий. Использовать справочные таблицы учебника
10. График функции $y = kx$ Угловой коэффициент прямой. Свойства функции $y = kx$	2	3	Моделировать реальные зависимости, выражаемые функцией $y = kx$, с помощью формул, графиков. Интерпретировать графики реальных зависимостей. Использовать компьютерные программы для исследования расположения графика функции $y = kx$ в зависимости от значения k. Показывать схематически положение на координатной плоскости графика функции вида $y = kx$ в зависимости от значения k. Строить график функции $y = kx$

Контрольная работа № 3	1	1	
11. Определение линейной функции	2	3	Моделировать реальные зависимости, выражаемые линейной функцией, с помощью формул и графиков. Интерпретировать графики реальных зависимостей
12. График линейной функции	4	5	Использовать компьютерные программы для исследования положения графика функции $y = kx + b$ в зависимости от значения k и b. Показывать схематически положение на координатной плоскости графика функции вида $y = kx + b$ в зависимости от коэффициентов. Строить по точкам график функции $y = kx + b$. Распознавать виды изучаемых функций. Задавать формулой функцию, которая изображена
13. График линейного уравнения с двумя переменными Линейное уравнение с двумя переменными. График уравнения. Система двух и трех линейных уравнений с двумя переменными	4	5	Строить график линейного уравнения. Решать системы линейных уравнений. Интерпретировать решение системы линейных уравнений с двумя переменными с помощью графика

Продолжение табл.

Содержание материала пункта учебника	Количество часов		Характеристика основных видов деятельности ученика
	3 часа в неделю	4 часа в неделю	
Зачет или контрольная работа № 4	1	1	
Глава 3. Степень с натуральным показателем	14	20	
14. Тождества и тождественные преобразования Равенство буквенных выражений. Тождество. Тождественные преобразования. Законы арифметических действий	2	3	Упрощать выражения с переменными, используя тождественные преобразования
15. Определение степени с натуральным показателем Степень с натуральным показателем, основание и показатель степени. Сумма разрядных слагаемых	3	4	Представлять произведение в виде степени и степень в виде произведения. Вычислять значения числовых выражений, содержащих натуральные степени

16. Свойства степени Произведение степеней, степень степени, степень произведения	3	4	Формулировать, записывать в символической форме и обосновывать свойства степени с натуральным показателем; применять свойства степени для преобразования выражений и вычислений
Контрольная работа № 5	1	1	
17. Одночлены Одночлен, коэффициент и степень одночлена, стандартный вид одночлена, подобные одночлены	2	3	Приводить одночлен к стандартному виду, приводить подобные члены
18. Сокращение дробей Алгебраическая дробь, числитель, знаменатель, основное свойство дроби, сокращение дробей	2	4	Читать и записывать алгебраические дроби. Сокращать алгебраические дроби
Зачет или контрольная работа № 6	1	1	

Продолжение табл.

Содержание материала пункта учебника	Количество часов		Характеристика основных видов деятельности ученика
	3 часа в неделю	4 часа в неделю	
Глава 4. Многочлены	23	30	
19. Понятие многочлена Члены многочлена, старший член многочлена, многочлен стандартного вида, степень многочлена	2	3	Различать и называть одночлены и многочлены. Приводить многочлен к стандартному виду
20. Преобразование произведения одночлена и многочлена	3	4	Преобразовывать произведение в многочлен стандартного вида. Решать уравнения, системы уравнений, задачи, используя приемы приведения к многочленам стандартного вида
21. Вынесение общего множителя за скобки Разложение многочлена на множители, вынесение общего множителя за скобки, сокращение дробей	3	4	Выносить общий множитель за скобки. Раскладывать многочлен на множители. Сокращать дроби. Вычислять значение многочлена с помощью калькулятора
Контрольная работа № 7	1	1	

22. Преобразование произведения двух многочленов Правило умножения двух многочленов	3	4	Преобразовывать произведение многочлена в многочлен стандартного вида
23. Разложение на множители способом группировки	2	3	Раскладывать многочлен на множители способом группировки. Применять разложение многочлена на множители для вычислений, сокращения дробей и решения задач
Контрольная работа № 8	1	1	
24. Квадрат суммы, разности и разность квадратов Формулы сокращенного умножения. Квадрат суммы трёхчлена	4	5	Читать, записывать, доказывать формулы сокращённого умножения, применять их в преобразованиях выражений, вычислениях, решениях уравнений, сокращении дробей
25. Разложение на множители с помощью формул сокращённого умножения	3	4	Применять формулы сокращенного умножения для разложения многочленов на множители, доказательства тождеств, построения графиков функций, вычислений, сокращения дробей
Зачет или контрольная работа № 9	1	1	

Продолжение табл.

Содержание материала пункта учебника	Количество часов		Характеристика основных видов деятельности ученика
	3 часа в неделю	4 часа в неделю	
Глава 5. Вероятность	10	14	
26. Равновероятные возможности Равновероятные возможности, более вероятные и менее вероятные события	2	3	Сравнивать шансы наступления событий; строить речевые конструкции с использованием слов *более вероятные*, *маловероятные*, *равновероятные события*
27. Вероятность события Случайное, достоверное и невозможное события. Вероятность случайного, достоверного и невозможного событий. Формула вероятности события	3	5	Приводить примеры случайных событий, достоверных и невозможных событий. Находить вероятность случайного события по формуле
28. Число вариантов Правило произведения. Формулы числа перестановок, размещений и сочетаний			Выполнять перебор всех возможных вариантов для пересчета объектов или комбинаций, выделять комбинации, отвечающие заданным условиям.

без повторения элементов в комбинациях	4	5	Решать комбинаторные задачи с помощью формул числа перестановок, числа размещений, числа сочетаний, и с использованием правила произведения. Находить вероятности событий в простейших случаях и с использованием формул комбинаторики
Контрольная работа № 10	1	1	
Глава 6. Повторение	11	16	
29. Выражения История развития чисел, знаков действий	2	3	Выполнять арифметические действия с рациональными числами. Находить значения числовых и буквенных выражений. Решать текстовые задачи
30. Функции и графики История развития понятия функции	3	3	Строить график функции, решать графически системы уравнений
31. Тождества История развития тождеств и тождественных преобразований	2	4	Приводить одночлены и многочлены к стандартному виду, раскладывать многочлены на множители, сокращать алгебраические дроби

Окончание табл.

Содержание материала пункта учебника	Количество часов		Характеристика основных видов деятельности ученика
	3 часа в неделю	4 часа в неделю	
32. Уравнения и системы уравнений Зарождение алгебры в недрах арифметики. Ал-Хорезми. Рождение буквенной символики. П. Ферма, Ф. Виет, Р. Декарт	3	5	Решать линейные уравнения и уравнения, сводящиеся к линейным. Решать системы уравнений. Решать задачи, сводящиеся к линейным уравнениям
Итоговая контрольная работа	1	1	
Резерв времени	3	3	
Всего	105	140	

Методические комментарии к главам учебника

Глава 1
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЯЗЫК

В первой главе повторяются и систематизируются знания учащихся, полученные на предыдущей ступени изучения математики, т. е. в 5 и 6 классах. В рамках разговора о математическом языке одни понятия, такие как числовые и буквенные выражения, выражения с переменными, уравнение, повторяются, а понятия высказывания, допустимые значения переменных, математическая модель задачи, равносильные преобразования уравнений, системы линейных уравнений, а также способы их решения изучаются как новый материал.

§ 1. ВЫРАЖЕНИЯ

В данном параграфе учащиеся повторяют материал, связанный с числовыми и буквенными выражениями: составление выражений, имеющих смысл, чтение и запись выражений; нахождение значения выражения; нахождение множества допустимых значений выражений с переменными.

1. Числовые выражения (2 ч)

В этом пункте систематизируются знания учащихся о числовых выражениях; повторяются понятие числового выражения, способы чтения числовых выражений, правила нахождения их значений; актуализируются устные и письменные приемы выполнения арифметических действий с рациональными числами, выполнение вычислений с помощью микрокалькулятора, порядок и свойства арифметических действий в выражениях, а также решение задач арифметическим способом.

Предметные результаты обучения:

— описывать множество целых чисел, множество рациональных чисел, соотношение между этими множествами;

— читать и записывать числовые выражения;

— определять порядок действий в числовых выражениях; выполнять вычисления с рациональными числами;

— вычислять значения числовых выражений с помощью калькулятора, а также составлять программы для вычислений на калькуляторе;

— решать задачи с помощью составления числовых выражений.

Метапредметные результаты обучения:

— проводить несложные исследования, связанные со свойствами рациональных чисел, опираясь на числовые эксперименты (в т. ч. с использованием калькулятора или компьютера);

— определять истинность утверждений; приводить контрпримеры к ложным утверждениям и подтверждать истинные утверждения примерами;

— составлять числовые выражения по указанным правилам;

— осуществлять перебор всевозможных вариантов.

Цель первого урока: повторение приемов вычислений с рациональными числами.

Комментарии. С 1 по 6 класс ученики изучали предмет «Математика». В 7 классе математика разделяется на две математические дисциплины — «Алгебра» и «Геометрия».

Изучать алгебру школьники будут по учебнику, со знакомства с которым следует начать первый урок.

Ученики сначала просматривают оглавление, в котором они могут прочитать список тем, которые будут изучаться в 7 классе, а в дальнейшем оглавление поможет им быстро находить нужный материал.

Сразу после оглавления в учебнике находится обращение авторов к семиклассникам. Прочитав его, ученики узнают, что означает слово «алгебра» и что изучает данный раздел математики.

В учебнике есть разделы «Ответы», «Советы и решения», которые помогут и быстро сверить ответы, и проверить правильность решений или узнать другой способ решения. Кроме того, в данном разделе есть подсказки, которые помогут школьникам самостоятельно справиться с задачами.

Имеется в учебнике раздел «Проверь себя! Домашние контрольные работы». Учащимся рекомендуется после каждого урока просматривать задания в контрольной работе. И если найдутся задания, аналогичные решенным в классе, выполнять их сразу, не откладывая на последний момент. Тогда к окончанию изучения параграфа выполнение домашней контрольной работы будет завершено, и ее можно будет сразу сдать. Выполненная домашняя работа служит допуском к зачету. А сам зачет проводится в основном по контрольным вопросам, которые предложены в учебнике после каждого пункта.

Закончить этап урока, посвященный знакомству с учебником, можно, рассмотрев контрольные вопросы и задания к первому пункту. На некоторые из них ученики могут ответить сразу, а другие требуют прочтения пункта и разбора рассмотренных в нем примеров.

На втором этапе урока первый пункт учебника предлагается школьникам для самостоятельного изучения. В помощь им предлагается памятка по работе с математическим текстом.

ПАМЯТКА ПО РАБОТЕ С МАТЕМАТИЧЕСКИМ ТЕКСТОМ

1. Вдумчиво читать математический текст — это значит:

— отмечать основные идеи (мысленно или карандашом);

— следить за тем, как они развиваются, доказываются;

— выделять основные понятия и стараться понять, как они взаимосвязаны;

— разбирать решенные в тексте примеры так, чтобы каждый шаг был понятен.

2. Попробовать, не глядя в учебник, самостоятельно воспроизвести решения разобранных примеров в тетради.

3. Если материал кажется трудным, следует прочитать текст повторно.

4. Главное при чтении математического текста — овладеть новыми идеями и понятиями, которые затем будут применяться при выполнении заданий учебника.

5. Если ответы на контрольные вопросы и решение заданий к пункту не вызывают трудностей, то можно считать, что материал пункта усвоен.

6. Если при выполнении заданий возникли трудности, следует еще раз прочитать текст данного пункта и разобрать решенные примеры.

З а д а н и е. Прочитайте первый пункт до материала, отмеченного знаком «■», т. е. до работы с микрокалькулятором, и подготовьтесь к ответам на в о п р о с ы.

1. Какое выражение вы назовете числовым?

2. Что называют значением числового выражения?

3. Расскажите о порядке выполнения действий в выражениях со скобками и без них.

4. Приведите пример числового выражения, не имеющего смысла.

На третьем этапе урока ученики отвечают на поставленные вопросы и выполняют упражнения из учебника. Прежде чем приступить к выполнению заданий, полезно обратить внимание на значки рядом с номерами. О принципах дифференциации системы упражнений учебника уже говорилось в предисловии, полезно, однако, еще раз вернуться к этому вопросу.

Примерно половина номеров упражнений не имеет специальных обозначений, эти задания являются стандартными и предполагают бесхитростное выполнение по изученному алгоритму или непосредственное применение изученной теории. Трудность этих упражнений в большинстве случаев соответствует минимально достаточному уровню знаний по теме. Однако, как известно опытным учителям, уровень знаний и умений школьника после изучения материала имеет тенденцию к некоторому снижению. Поэтому, используя техническую терминологию, можно сказать, что требования на «входе» должны быть несколько выше, чем требования на «выходе». В системе упражнений такие «повышенные» требования реализуются с помощью заданий, отмеченных значком «◦». Еще раз подчеркнем необходимость этих заданий для достижения школьниками минимального уровня подготовки, поэтому предлагать их только *сильным* учащимся недопустимо.

Работа с материалом пункта может проводиться по следующему п л а н у.

1. Какое выражение вы назовете числовым?

В № 1 требуется прочитать выражения. Полезно вспомнить правила чтения числовых выражений. В некоторых случаях, чтобы определить, какое действие выполняется последним, приходится предварительно выяснить порядок действий. Например, в задании 1 можно прочитать выражение по последнему действию так: «Сумма произведения шести целых пяти десятых и ста и произведения нуль целых трех десятых и десяти».

Можно читать выражение так, как оно записано, например, в задании 2: «Скобка открывается восемь плюс четыре целых три десятых, скобка закрывается, разделить на сто».

2. Что называют значением числового выражения?

3. Расскажите о порядке выполнения действий в выражениях со скобками и без них.

Расскажите о порядке выполнения действий в выражениях упражнения № 1 и найдите значения этих выражений.

4. Приведите пример числового выражения, не имеющего смысла.

В № 2 внимание учеников обращается на числовые выражения, не имеющие смысла. Эти выражения составлены из операций сложения, вычитания, умножения, деления и возведения в степень. Все выражения данного номера имеют смысл, кроме тех, где производится деление на нуль, — это задания № 2 (1, 4).

№ 3, 4 направлены на тренировку школьников в переводе с естественного языка на математический, в данном случае на язык числовых выражений. При этом сами тексты ученики могут рассматривать, как образцы чтения выражений.

В № 5 (1, 3) ученики тренируются в письменных вычислениях с рациональными числами. При проверке у учеников могут обнаружиться разные ответы. Эта ситуация естественным образом подводит к обсуждению упражнения № 6.

Упражнение № 7 выполняется устно, акцент делается на рациональности вычислений и использовании для этого свойств арифметических действий.

Домашнее задание: № 5 (4, 5), № 7, 8 (1. д), № 9.

Цель второго урока: составление числовых выражений к решению текстовых задач.

Комментарии. В начале урока проверяется домашнее задание. Несколько учеников на доске записывают составленные программы для вычислений с помощью калькулятора в № 8 (1. д) и выражения, полученные в № 9.

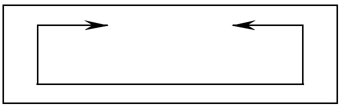
Весь класс в это время устно выполняет упражнения № 13, 14, 15 (1, 4).

Затем проверяется работа учеников у доски, после которой класс приступает к разбору примера 4 пункта 1 учебника. Но можно начать урок по-другому. Провести тест № 1 из дидактических материалов (см. с. 5) и проверить уровень подготовки учеников дома.

После чего составляется *план решения* задачи № 12 (1).

1. Определяется тип задачи. [Эта задача на встречное движение двух объектов.]

2. Что известно в задаче? Оформите схему для решения задачи.



3. Какие формулы нужны для решения задачи?

Запишите формулы. $\left[s = vt;\ v = \dfrac{s}{t};\ t = \dfrac{s}{v}.\right]$

4. Составьте числовые выражения для решения задачи.

Ученики могут предложить такие выражения: 1) $60 - (12 + 10) \cdot 2$; 2) $60 - 12 \cdot 2 - 10 \cdot 2$.

Полезно обсудить, как рассуждали ученики, составляя данные выражения, что они находят в каждом действии.

№ 12 (2) лучше предложить для самостоятельного решения, так как весь материал был повторен при решении предыдущей задачи.

План решения задачи № 12 (2).

1. Определяется тип задачи. [Задача на встречное движение двух объектов.]

2. Оформите таблицу.

	S	v	t
I			
II			

3. Составьте числовое выражение и объясните, как вы рассуждали при этом.

Ученики предложат выражение:

$$[S = 4{,}5 \cdot 3 + 5{,}5 \cdot 3 + 8 \text{ (км).}]$$

№ 12 (3) ученики также решают самостоятельно.

Если останется время на уроке, то можно разобрать № 17.

В конце урока подводятся итоги изучения первого пункта, ученики снова работают с контрольными вопросами и заданиями. Полезно также просмотреть домашнюю контрольную работу № 1 и отметить те задания, которые ученики могут выполнить. Эти задания можно включить в домашнее задание.

Домашнее задание: № 12 (5, 6), для желающих № 15 (2, 4), 16, из раздела «Повторение» № 481 (1), 482 (3, 4).

2. Сравнение чисел (2 ч)

В данном пункте повторяется материал, связанный с понятиями «равенство» и «неравенство», закрепляются приемы сравнения рациональных чисел и сравнения значений числовых выражений, а также отрабатывается понятие *модуль*.

Предметные результаты обучения:

— сравнивать рациональные числа и значения выражений;

— отмечать числа на координатной прямой;

— читать равенства и неравенства;

— находить процент от числа;

— составлять числовые модели к тестовым задачам.

Метапредметные результаты обучения:

— упорядочивать рациональные числа;

— переводить с естественного языка на математический;

— определять истинность утверждений;

— формулировать зависимости между величинами;

— подбирать контрпримеры к ложным утверждениям и подтверждающие примеры к истинным.

Цель первого урока: повторение приемов сравнения рациональных чисел, записанных в виде десятичных или обыкновенных дробей.

Комментарии. Начинается урок с проверки домашнего задания. К доске приглашаются несколько учеников, которые выполняют упражнения № 15—17.

Весь класс в это время пишет математический диктант, в который полезно включить упражнения № 21, 23.

Затем рассматривается материал второго пункта. Продолжается разговор о математическом языке. На предыдущих уроках речь шла о числовых выражениях. Можно ли вести речь об истинности или ложности числового выражения? [Когда речь идет о числовом выражении, вопрос может заключаться в том, имеет ли оно смысл.] Когда числовое выражение не имеет смысла?

Числа и числовые выражения (заметим, что число само является простейшим числовым выражением) являются как бы словами математического языка, а уже из слов составляют предложения. В № 18 составлены математические предложения, о которых можно говорить, что они истинны или ложны. Ученики выполняют № 18 и отвечают на вопрос: «Как вы понимаете, что такое математическое предложение?»

В № 19 нужно сравнить числа или составить истинные математические предложения, в данном случае неравенства. Полезно выполнить следующее задание: «Сравните числа и расскажите, каким приемом сравнения вы воспользовались».

Ученики могут предложить такой ответ: в задании № 19 (1) сравниваются десятичные дроби. Чтобы сравнить десятичные дроби, сначала сравнивают целые части — они равны. Затем сравнивают дробные части поразрядно: десятые доли числа равны; сотые доли равны, тысячные доли равны; а в разряде десятитысячных в первом числе стоит цифра 3, а во втором — можно записать цифру 0. Так как три больше нуля, значит, первое число больше.

В № 19 (3) требуется сравнить две обыкновенные дроби с равными числителями. Ответ может быть таким: при сравнении двух обыкновенных дробей с равными числителями, та дробь больше, у которой знаменатель меньше, $17 < 19$, значит, $\frac{15}{17} > \frac{15}{19}$.

В этом месте урока можно проверить домашнее задание и выполнить задания: «Прочитайте утверждения, полученные в № 48 (1), 48 (3, 4). Являются ли они математическими предложениями? Как называются такие математические предложения?» [Это равенства.]

Решение.

№ 481 (1). $6{,}84 : 0{,}018 - 2{,}75 \cdot 120 = 50$.

№ 482 (3). $\left(\frac{19}{42} - \frac{3}{35}\right) \cdot \left(1 - \frac{7}{22}\right) = \frac{11}{30} \cdot \frac{15}{22} = \frac{1}{4}$.

№ 482 (4). $\left(\frac{17}{66} - \frac{7}{44}\right) \cdot \left(\frac{1}{5} - 5\right) = \frac{5}{12} \cdot \left(-\frac{24}{5}\right) = -2$.

В № 20 при устном сравнении значений выражений более требуется вычислительная культура, чем вычислительные навыки.

Возможны следующие комментарии учеников.

№ 20 (1). $2{,}52 \cdot 0{,}63 < 2{,}52 : 0{,}63$, потому что 2,52 при умножении на число меньше 1 уменьшается, а при делении — увеличивается.

№ 20 (2). $40{,}3 \cdot 2{,}4 > 40{,}3 : 2{,}4$, потому что 40,3 при умножении на число больше 1 увеличивается, а при делении — уменьшается.

№ 22 (1, 3, 5, 6) предлагается ученикам выполнить самостоятельно, полезно предложить образец оформления: 1) $0{,}83 < 0{,}837 < 0{,}84$.

Если № 22 (3) вызывает трудности у учеников, не спешите объяснять, как его выполнять, лучше предложить ученикам задание: «Объясните, как найдено число в № 22 (3): $\frac{15}{17} < \frac{151}{170} < \frac{16}{17}$» или «Объясните, какое решение задания вы считаете правильным и почему:

$$\frac{15}{17} < \frac{151}{170} < \frac{16}{17};\ \frac{15}{17} < \frac{15{,}1}{17} < \frac{16}{17}\text{»}.$$

Если данный номер вызвал трудности, есть смысл провести еще одну маленькую *самостоятельную работу*, в которую включить оставшиеся задания и проверить только ответы.

Так как в заданиях № 24 используются разные приемы сравнения обыкновенных дробей, этот номер лучше обсудить с классом фронтально, приглашая учеников к доске для оформления решения.

Комментарии учеников при сравнении дробей.

№ 24 (1). При сравнении дробей с единицей нужно из единицы вычесть данные дроби и сравнить результаты. В том случае, где разность меньше, дробь больше:

$$1 - \frac{89}{112} = \frac{112 - 89}{112} = \frac{23}{112},$$

$$1 - \frac{74}{97} = \frac{97 - 74}{97} = \frac{23}{97},\ \frac{23}{112} < \frac{23}{97}.$$

Следовательно, $\frac{89}{112} < \frac{74}{97}$.

№ 24 (2). Чтобы сравнить дроби с $\frac{1}{2}$, можно из $\frac{1}{2}$ вычесть данные дроби и сравнить результаты. Там, где результат меньше, там дробь больше, и наоборот:

$$\frac{1}{2} - \frac{22}{45} = \frac{45 - 44}{90} = \frac{1}{90},\ \frac{1}{2} - \frac{36}{70} = \frac{35 - 36}{70} = -\frac{1}{70}.$$

Первая дробь меньше $\frac{1}{2}$, а вторая больше $\frac{1}{2}$, значит, первая дробь меньше второй. $\frac{22}{45} < \frac{36}{70}$. Можно сравнивать дроби с $\frac{1}{2}$ и по-другому. Так, например, знаменатель дроби $\frac{22}{45}$ больше ее удвоенного числителя, значит, дробь меньше $\frac{1}{2}$, т. е. $\frac{22}{45} < \frac{22}{44} = \frac{1}{2}$. Аналогично, сравнивая числитель второй дроби со знаменателем, получим: $\frac{36}{70} > \frac{35}{70} = \frac{1}{2}$. Значит, $\frac{22}{45} < \frac{36}{70}$.

Ученики самостоятельно выполняют № 25, а № 26 разбирается на доске.

В № 26 достаточно простая идея сравнения выражений усложнена необходимостью троекратного нахождения общего знаменателя. В задании 1 можно, правда, несколько упростить технические действия:

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = 1 - \frac{3}{4} + \frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \text{ и}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} = \frac{1}{3} + \frac{16}{63} > \frac{1}{3} + \frac{16}{64} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3}.$$

Таким образом, значение первого из выражений меньше, чем второго.

Заметим, что если бы предполагался именно такой способ решения, то задание относилось бы к нестандартным и имело обозначение «•». Кроме того, и второе задание в этом случае также допускало бы подобную рационализацию решения. Однако приведенный вариант выполнения задания полезно показать школьникам.

На примере этого решения видна принципиальная разница между упражнениями *повышенной* *сложности* и *нестандартными, развивающими заданиями*, цель которых — научить школьников сначала думать, а потом, если еще останется в этом необходимость, делать.

Завершить урок можно занимательной логической задачей, в которой решается вопрос об истинности и ложности утверждений.

Задача: «Играя во дворе в футбол, ребята разбили окно. На вопрос, кто конкретно попал мячом в окно, мальчики заявили:

Петя: *Миша окна не разбивал. Окно разбил Саша.*

Миша: *Я не разбивал окно. Окно разбили еще до нас.*

Саша: *Я не разбивал окно. Это Миша разбил окно.*

Выяснилось, что оба утверждения одного из мальчиков истинны, другого ложны, а третий — один раз сказал правду, а другой раз солгал. Кто же разбил окно?»

Решение этой задачи для наглядности лучше всего оформить в виде таблицы.

Разбил окно	**Высказывания**						**Вывод**
	Пети		**Миши**		**Саши**		
Петя	И	Л	И	Л	И	Л	Нет
Миша	Л	Л	Л	Л	И	И	Нет
Саша	И	И	И	Л	Л	Л	Да

В первом столбце таблицы обозначены предположения о личности виновника, в середине таблицы показано, какими — истинными (И) или ложными (Л) — при этом являются заявления мальчиков, а в последнем столбце — соответствует ли такое сочетание истинных и ложных высказываний условию задачи. Заметим, что в столбцах высказываний Саши первые две строчки можно было не заполнять, так как уже получалось противоречие с условием: в первой строке дважды ИЛ, а во второй дважды ЛЛ.

В дальнейшем логические, а также другие занимательные задачи могут составлять содержание внеклассной работы. Поскольку существует довольно много книг, посвященных работе с такими задачами, в наших методических рекомендациях это направление работы рассматриваться не будет.

Домашнее задание: **№ 12 (4), 27 (1, 3), 484 (1, 3)**, для желающих **№ 16**.

Цель второго урока: формирование умений выполнять задания с модулем числа.

Комментарии. Можно вызвать к доске нескольких учеников с домашними заданиями **№ 484 (1, 3), 12 (4)**. Пока они готовятся к ответу, весь класс устно работает с **№ 28, 29**, а затем устно проверяет решения домашних заданий на доске.

Затем все переходят к заданиям учебника.

Полезно сначала устно разобрать задания **№ 32**, при этом сначала сравнить по рисункам числа a и b, а затем k и c и только потом приступить к самостоятельному выполнению этого номера.

Для наглядности можно предложить ученикам на одном рисунке выполнять по два задания, рисунки располагать в столбик друг под другом.

После разбора **№ 32** школьники самостоятельно выполняют **№ 33**, который затем фронтально проверяется.

Устно выполняются **№ 34, 36**. Затем проводится серия из двух самостоятельных работ. **С1: № 30 (1. а, 2. а), 31 (4)**. Если проверка покажет, что у школьников возникли трудности, то выполняется **С2: № 30 (1. б, 2. б)**, а если трудностей не возникло, то **С2: № 40, 39**.

При подведении итогов урока следует получить ответы школьников на контрольные вопросы и предложить им выполнить контрольные задания пункта. Полезно также снова обратиться к содержанию домашней контрольной работы № 1. Те задания из нее, которые ученики могут выполнить, включить в домашнее задание.

Домашнее задание: № 30 (1. в, 2. в), 31 (2), 37 и для желающих № 38.

3. Выражения с переменными (3 ч)

В этом пункте продолжается работа по изучению математического языка. Речь пойдет о математических словах, а именно буквах и буквенных выражениях, а также предложениях с переменными. Ученики повторяют понятия «переменная», «выражение с переменными», «значение выражения с переменными», «допустимые значения переменных», «выражение не имеет смысла», которые в дальнейшем будут активно использоваться.

Предметные результаты обучения:

— читать выражения с переменными;

— находить область допустимых значений переменных в выражении;

— вычислять числовое значение выражения;

— составлять программы с ячейками памяти для вычисления значений выражений;

— решать задачи с помощью буквенных выражений.

Метапредметные результаты обучения:

— заполнять таблицы значений выражений с переменными;

— переводить с естественного языка на математический;

— сравнивать ответы к заданию, отсекать неверные и выбирать верные ответы;

— сравнивать числа, числовые и буквенные выражения.

Цели первого урока: повторение основных понятий по теме: выражение с переменной, значение переменной, значение выражения с переменной.

Комментарии. На классную или интерактивную доску выносится таблица.

1) $32 + 11$	6) $11 + a$
2) $1{,}2 + 3{,}6 \cdot 0{,}5$	7) $b + 0{,}5 \cdot c$
3) $1{,}5 - 7$	8) $d - 7$
4) 2^5	9) b^5
5) $\dfrac{7}{3 \cdot 4 - 12}$	10) $\dfrac{7}{a - b}$

Устная работа

1. Сравните выражения, записанные в столбцах таблицы. [В первом столбце записаны числовые, а во втором — буквенные выражения.]

2. Что общего у выражений, записанных в строках?

3. При каких значениях переменных выражения в строках будут одинаковыми?

4. Прочитайте выражения по строкам.

5. Какой вывод можно сделать? [Буквенные и числовые выражения читаются по одним правилам.]

6. Найдите значения выражений, которые записаны в первом столбце.

Учащиеся устно вычисляют и называют получившиеся результаты. Учитель записывает ответы в таблицу.

7. Что помешало вам найти значение последнего выражения? [Деление на нуль невозможно.]

Будем говорить, что такие выражения не имеют смысла. Учитель записывает в таблицу слова «не имеет смысла».

8. Прочитайте полученные высказывания по-разному: используя названия действий, слова «увеличить» или «уменьшить», компоненты действий так, как они записаны.

9. Найдите значения выражений во втором столбце при условии, что значения всех переменных равны нулю (если это возможно).

Найденные числа учитель записывает в правом столбце после знака равенства.

10. Итак, получились математические предложения. Что бы вы назвали словом, буквой и предложением в математическом языке?

Учитель выслушивает и уточняет ответы учеников.

Следующий этап урока посвящается правилам оформления записей в тетради.

Много споров вызывает у учителей оформление стандартных примеров на подстановку. Учитель предлагает ученикам разные способы записи для нахождения значения буквенного выражения с одной переменной в задании 45 (1), с двумя переменными — в задании 45 (7) и табличное вычисление значения выражения для семи значений одной переменной в № 47.

Образец оформления № 45.

1) $a = -9$; $8a + 120 = 8 \cdot (-9) + 120 = -72 + 122 = 50.$

7) $x = \frac{2}{3}$, $y = \frac{3}{4}$; $12(2x + 3y) = 24x + 36y =$

$= 24 \cdot \frac{2}{3} + 36 \cdot \frac{3}{4} = 16 + 27 = 43.$

З а д а н и е 1. Сравните задания № 45 (1, 7) и 47 (1) и способы оформления их решений.

[Во всех заданиях находили значения выражений. В задании 45 (1) нашли одно значение при одном значении переменной, в задании 45 (7) нашли одно значение выражения при разных значениях переменных, а в задании 47 (1) нашли семь значений выражения. Задания оформлены по-разному: в виде одной строки или в виде таблицы.]

Выполняют задания ученики самостоятельно на боковых досках классной доски и сравнивают решение и оформление. Можно использовать и графопроектор.

З а д а н и е 2. Подумайте об оформлении и рациональности вычислений в № 44 (1, 2).

Сформулируйте алгоритм выполнения задания с буквенными выражениями.

[С буквенными выражениями сначала полезно бывает провести преобразования и только затем подставить числовые значения и выполнить необходимые вычисления.]

Фронтально обсуждается № 43.

Домашнее задание: п. 2, № 46 (1, 3), 48.

Цель второго урока: закрепление умения в составлении буквенных выражений к текстовым задачам.

Комментарии. В устную работу можно включить № 41—43 или выполнить тест 3 из дидактических материалов к учебнику. Параллельно с устной работой полезно организовать на боковых досках запись выполнения домашнего задания с последующим обсуждением.

Можно провести математический диктант, включив в него упражнения № 50, 51, 53 с последующей проверкой в классе.

Следующий этап урока посвящается разбору примера данного пункта, т. е. составлению буквенного выражения к текстовой задаче. Затем подробно разбирается № 55, в котором выражения к текстовым задачам уже составлены, и от учащихся требуется выбрать правильное выражение. Разбор предложенных выражений может происходить по-разному: можно анализировать выражения по порядку, отвергая ошибочные и принимая правильные; а можно найти правильные выражения и объяснить, как они составлены.

Задачи № 56 (1, 3) ученики решают самостоятельно, с последующей проверкой. Затем разбирают фронтально с классом задачу № 56 (6), которая, по-видимому, вызовет у учеников наибольшие затруднения.

Если останется время, то полезно разобрать в классе № 67 или 68, которые позволят завершить урок на эмоциональном подъеме.

Вариант 1	Вариант 2
1. Можно ли при каком-либо значении a выражение обратить в нуль?	
а) $a + 56$; б) $\frac{56}{a - 56}$	а) $a^2 + 56$; б) $\frac{a - 56}{a + 56}$
Ответ: 1) можно при $a = -56$; 2) можно при $a = 56$; 3) нельзя ни при каком значении a	
2. При каких значениях переменной имеет смысл выражение?	
а) $2x + 3$; б) $\frac{x}{x - 2}$	а) $3x^2 - 2x + 5$; б) $\frac{x + 1}{x - 2}$
Ответ: 1) $x \neq 0$; 2) $x \neq 2$; 3) $x \neq -1$; 4) при любых значениях переменной	
3. Найдите значение выражения.	
$2x - 3y$ при $x = \frac{1}{4}$, $y = -\frac{1}{6}$	$3x - 5y$ при $x = -0{,}5$; $y = 0{,}7$
Ответ: 1) 0; 2) 1; 3) –1; 4) –5	

Домашнее задание: № 56 (2, 4), 54 (2, 3), завершить выполнение домашней контрольной работы № 1 и сдать ее на следующем уроке.

Цель третьего урока: закрепление изученного материала и формирование умения работать с микрокалькулятором.

Задания к уроку: № 57—66. В устную работу полезно включить № 60, 61.

Затем провести тестирование по следующим заданиям, а можно взять тест № 3 из дидактических материалов[1].

ОТВЕТЫ К ТЕСТУ

Вариант 1. **1.** а) 1; б) 3. **2.** а) 4; б) 2. **3.** 2.
Вариант 2. **1.** а) 3; б) 2. **2.** а) 4; б) 2. **3.** 4.

[1] Муравин Г. К., Муравина О. В. Алгебра. 7 класс. Дидактические материалы, с. 8.

Затем выполняется № 57. Задание 1 разбирается фронтально со всем классом, а задания 2 и 3 выполняются учениками самостоятельно, после чего класс приступает к сравнению выражений в разных заданиях и делается общий вывод.

Если ученики класса обеспечены микрокалькуляторами (хотя бы один на парту), то следующую часть урока можно посвятить обучению использованию функций запоминания и воспроизведения результатов промежуточных вычислений, а затем выполнять задания из № 62—64 и № 54 (7, 8).

Если калькуляторов нет, то продолжается закрепление материала. Ученикам предлагаются задания № 54 (5, 6), 59, 65.

В зависимости от варианта предлагается домашнее задание на решение текстовой задачи и на нахождение значения выражений.

Д о м а ш н е е з а д а н и е: 46 (5), 54 (1), № 56 (5).

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Тема «Выражения»

Вариант 1

1. Найдите значение выражения

$$(5p + q) : (p - 4q)$$

при:

1) $p = -2{,}18$; $q = 10{,}9$; 3) $p = 0{,}5$; $q = 1\frac{1}{3}$.

2) $p = 2$; $q = 3$;

2. Запишите в виде выражения частное суммы x и y и их произведения. Укажите пару недопустимых значений переменных x и y.

3. Составьте выражение к задаче. С поля площадью 40 га собрали по a ц пшеницы с гектара, а с поля площадью 60 га — по b ц с гектара. Сколько центнеров пшеницы собрали в среднем с каждого гектара данных двух полей?

4•. Сравните два числа a^2 и a, если $0 < a < 1$.

Вариант 2

1. Найдите значение выражения

$$(3x - y) : (x + 2y)$$

при:

1) $x = 2{,}3$; $y = -1{,}15$;

2) $x = -2$; $y = 4$;

3) $x = 0{,}4$; $y = 1\frac{2}{7}$.

2. Запишите в виде выражения частное произведения x и y и их разности. Найдите пару недопустимых значений переменных x и y.

3. Составьте выражение к задаче. Садовый участок имеет форму прямоугольника, длина которого составляет a м, а ширина b м. Цветник занимает 10 м^2 садового участка, а остальную площадь занимают фруктовые деревья. Какую часть садового участка занимают фруктовые деревья?

4•. Сравните два числа a^2 и a, если $-1 < a < 0$.

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 1

Вариант 1 **1.** 1) 0; 2) $-1{,}3$; 3) $-\frac{23}{29}$. **2.** $\frac{x + y}{xy}$, $x = y = 0$. **3.** $(2a + 3b) : 5$. **4.** $a^2 < a$.

Вариант 2 **1.** 1) Не имеет смысла; 2) $-1\frac{2}{3}$; 3) $-\frac{3}{104}$. **2.** $\frac{xy}{x - y}$, $x = y = 2$. **3.** $(ab - 10) : ab$. **4.** $a^2 > a$.

§ 2. УРАВНЕНИЯ

В пунктах 4—6 параграфа 2 продолжается обучение решению текстовых задач с помощью уравнений, начатое еще в начальной школе.

Обычно в решении текстовой задачи можно выделить т р и э т а п а.

1. Перевод текста задачи на математический язык (*построение математической модели*). На этом этапе вводятся буквенные обозначения, и текст задачи представляется в виде уравнения или системы уравнений.

2. Уравнение, полученное на первом этапе, решается (*исследование математической модели*).

3. Дается ответ на поставленный в задаче вопрос (*интерпретация результатов исследования математической модели*).

В подавляющем большинстве случаев наиболее труден для школьников именно первый этап, поэтому в нашем учебнике он впервые стал самостоятельным объектом изучения. При таком подходе, вообще говоря, совершенно неважно, смогут ли школьники решить уравнение, которое получится в результате перевода задачи на математический язык, хотя в учебнике все получаемые в пункте 4 уравнения находят свое решение в следующем. Было бы наивно предполагать, что можно в одной теме или за несколько уроков научить решению текстовых задач, поэтому к материалу пунктов 4—6 следует относиться как к некоторому промежуточному этапу и не ставить целью добиться от всех школьников уверенного решения задач всех типов, представленных в пункте. При изучении материала указанных пунктов следует отказаться от привычного тематического стиля изучения, когда к следующему пункту переходят только после изучения и усвоения всего материала.

4. Математическая модель текстовой задачи (4 ч)

В этом пункте формируется творческое умение школьников в решении текстовых задач — составление математической модели.

Предметные результаты обучения:

— анализировать и осмысливать текст задачи, переформулировать условие, извлекать необходимую информацию;

— моделировать условие с помощью схем, рисунков, реальных предметов;

— составлять модели к задачам в виде уравнений.

Метапредметные результаты обучения:

— устанавливать соответствие между задачей и ее моделью;

— обосновывать составление разных моделей к задаче;

— выбирать правильно составленные модели к задаче из нескольких;

— находить ошибки в неправильно составленных моделях к задачам;

— составлять задачи к моделям.

Цель первого урока: закрепление умения перевода на математический язык некоторых соотношений между числами и формирование умения составлять уравнения к задачам на выполнение плановых заданий и на изменение количества.

Комментарии. Решение № 69 можно провести в форме самостоятельной работы или фронтально. Задания такого типа можно придумывать и непосредственно в процессе работы, что, собственно, и следует делать, пока ответы школьников на них не станут автоматическими. Важный аспект этих упражнений — неоднозначность получения соответствующего равенства. Так, в № 69 (1) можно записать: $a = 3{,}5b$, $a : 3{,}5 = b$ и $a : b = 3{,}5$. Надо стремиться к тому, чтобы школьники могли представить все три варианта перевода.

Полезно провести математический диктант.

Вариант 1	**Вариант 2**
Запишите формулу:	
1) четного числа	1) нечетного числа
2) числа, кратного 5	2) числа, кратного 7
3) числа, которое при делении на 9 дает в остатке 4	3) числа, которое при делении на 9 дает в остатке 6
4) числа, которое в сумме с числом b дает число 10	4) числа, которое в произведении с числом d дает число 15

С классом фронтально решается задача 1 данного пункта, после чего школьникам предлагается найти условие задачи на выполнение плановых заданий из упражнения № 72 (4). В этой задаче нужно объяснить, что принято за x и что уравняли, т. е. объяснить, как составлена модель. Следующую задачу, а именно задачу 1 из раздела «Практикум по решению текстовых задач» учебника ученики должны решить самостоятельно по предложенному в практикуме плану, после чего решить самостоятельно № 74 (1). При проверке решения следует обсудить два варианта составления уравнения: в первом случае, когда за x принимается все плановое задание, а во втором — плановая дневная норма.

Аналогично проводится работа с задачами на изменение количества: разбирается задача 2 из пункта; объясняется, как составлена модель к задаче № 72 (1), решается задача 4 из «Практикума по решению текстовых задач» по предложенному плану, затем самостоятельно решается № 73 (1).

Домашнее задание: решить задачи 2 и 5 из раздела «Практикум по решению текстовых задач» по предложенному плану, а также приступить к выполнению работы № 2 из раздела «Домашние контрольные работы»; на повторение № 45 (4, 5).

Цель второго урока: формирование умения составлять уравнения к задачам на сплавы и смеси и на движение.

Комментарии. Начинается урок с теста 4 из дидактических материалов к учебнику. Предлагается только вариант 1. При отсутствии дидактических материалов к доске приглашаются два ученика, которые показывают решение задач, заданных на дом. Весь класс в это время выполняет самостоятельную работу: № 73 (2), 74 (2) с последующей проверкой в классе.

С классом фронтально разбирается задача 3 пункта (на сплавы и смеси), затем обсуждается построение модели задачи № 72 (3), решается задача 7 из «Практикума по решению текстовых задач», затем школьники самостоятельно решают № 75 (1) с последующей проверкой в классе.

После этого разбирается задача 4 (на движение) данного пункта, обсуждается построение модели к задаче № 72 (2), и решается задача 13 из «Практикума по решению текстовых задач».

Домашнее задание: задачи 8 и 14 из раздела «Практикум по решению текстовых задач»; на повторение № 68.

Цель третьего урока: формирование умения составлять уравнения к задачам на движение по реке.

Комментарии. В то время пока два ученика записывают полученные модели к задачам из домашнего задания, весь класс устно выполняет № 78.

Затем школьникам можно предложить самостоятельную работу на четыре варианта по задачам из № 79. В процессе проверки все полученные модели записываются на доске и фронтально даются ответы на поставленные в задачах вопросы.

Затем со всем классом приступают к разбору задач на движение по реке. В изучаемом пункте это задача 5. Закрепляется материал при решении по предложенному плану задачи 19 из «Практикума по решению текстовых задач». Затем № 76 (1) выполняется школьниками самостоятельно.

Если остается время, то полезно фронтально рассмотреть со всем классом № 77.

Домашнее задание: из раздела «Практикум по решению текстовых задач» задачи 20, 21; на повторение № 66; для желающих № 67.

Цель четвертого урока: закрепление умений составлять уравнения ко всем рассмотренным типам задач.

Комментарии. В начале урока проводится проверка домашнего задания или выполняется самостоятельная работа № 4 из дидактических материалов.

Устно анализируются задачи из № 80. Определяется тип задачи, что обозначается за x, что лучше приравнять.

Затем ученики приступают к самостоятельному решению задач. За 10 минут до окончания урока ученики осуществляют взаимопроверку выполненных работ.

Учитель опрашивает конкретных учеников и предлагает им прочитать составленную модель к любой из задач. Затем выслушать другие ответы учеников и назвать правильные ответы. Ученики в тетрадях проставляют знаками «+» правильные ответы, знаками «–» неправильные ответы. Учитель объявляет критерии отметок. Например, тому, кто получил пять плюсов, выставляется отметка 5 и т. д.

Вероятно, многим учителям привычен несколько иной подход к решению текстовых задач, связанный с заполнением таблицы по условию. Нам табличный подход, однако, представляется менее эффективным, поскольку он является, по сути дела, как бы попыткой алгоритмизации перевода условия на математический язык и в лучшем случае представляет собой лишнюю ступеньку в обучении. Другое дело схематический рисунок к задаче на движение. Он, например (см. № 72 (4)), вполне может облегчить понимание того, что отличия в движении по расписанию и после остановки относятся только ко второй половине пути.

Некоторые из задач, к которым были составлены уравнения в процессе самостоятельных работ, следует предложить школьникам довести до ответа дома.

Домашнее задание: № 75 (2), 76 (2); на повторение № 63; для желающих № 58.

5. Решение уравнений (4 ч)

Целью изучения данного пункта является продолжение изучения понятия уравнения, которое было сформировано на предыдущей ступени обучения. В данном пункте уравнение рассматривается как предложение с переменной, а корни уравнения — как множество истинности предложения с переменными. Ученики знакомятся с понятиями «равносильные предложения с переменными» и «равносильные уравнения». При решении уравнений ученики используют равносильные преобразования такие, как умножение на число, отличное от нуля, и перенесение членов уравнения из одной части в другую с противоположными знаками, а также равенство нулю произведения множителей и способ подбора корней.

Предметные результаты обучения:

— записывать множество истинности предложения с переменными;

— решать линейные уравнения и уравнения, сводящиеся к линейным;

— решать текстовые задачи алгебраическим способом: переходить от словесной формулировки условия задачи к алгебраической модели путем составления уравнения;

— решать составленное уравнение; интерпретировать результат.

Метапредметные результаты обучения:

— обосновывать истинность утверждения, приводить контрпримеры при установлении ложности;

— строить логическую цепочку рассуждений при решении задач; критически оценивать полученный ответ, осуществлять самоконтроль, проверяя ответ на соответствие условию.

Цель первого урока: формирование представлений учащихся о высказываниях и высказываниях с переменными, о значениях истинности и о множестве истинности высказываний с переменными, а также о равносильности уравнений.

Комментарии. Урок можно провести по следующему плану.

1. Вводится понятие высказывания, как предложения, которое может быть истинным или ложным.

Выполняя № 81, школьники учатся отличать предложения, являющиеся высказываниями, от тех, которые высказываниями не являются. В данном номере ученики встречаются с высказываниями (в заданиях 1, 2, 5, 6) и предложениями с переменными, которые высказываниями не являются (задания 3, 4). Заметим, что в предложениях (заданиях 5, 6), несмотря на наличие в них равенства и неравенства с переменной x, речь все же идет о числовом равенстве и числовом неравенстве, так как рассматривается конкретное числовое значение x.

2. Вводится понятие предложения с переменными.

При выполнении № 82 (1, 2) и 87 (1—4) ученики должны понять, что подстановка чисел в предложение с переменными обращает его в высказывание, которое может оказаться истинным или ложным в зависимости от значений переменных. В № 83 (1, 3, 5) ученики тренируются в подборе значений переменных, обращающих предложения с переменными в истинные или ложные высказывания.

3. Вводится понятие множества истинности предложения с переменными.

Множеством решений (корней) уравнения является его множество истинности, т. е. множество чисел, обращающих уравнение в верное равенство. Это множество может быть бесконечным, конечным или пустым. Этот вывод ученики сформулируют после выполнения № 84.

4. Вводится понятие равносильных уравнений.

С использованием термина «множество истинности» определение равносильности звучит так: «Предложения с переменными, имеющие одно и то же множество истинности, называются равносильными».

Важен вопрос о равносильных преобразованиях уравнений. Равносильными уравнениями называют уравнения, имеющие одно и то же множество решений. Но уравнения, как правило, и преобразовывают для отыскания множества корней, т. е. в тот момент, когда это множество еще не найдено. Поэтому так важно знать, какие действия с уравнением можно совершать с уверенностью в том, что получится уравнение, равносильное исходному. В дальнейшем школьники познакомятся и с неравносильными преобразованиями, выполнение которых может привести к уравнению, множество решений которого шире, чем у исходного уравнения, т. е. к появлению посторонних корней — в этих случаях все найденные корни придется проверять.

В № 85 (разбирается фронтально), № 86 (выполняется письменно) решается вопрос о равносильности уравнений при выполнении преобразований.

5. Закрепляются умения учащихся решать линейные уравнения с помощью равносильных преобразований в № 89 (1. а, в, д) и при решении задачи составлением уравнения в № 96 (1).

При решении уравнений в № 89 формируется важное умение, связанное с математической культурой преобразований, а именно упрощение уравнения, связанное с предварительным освобождением от дробей. Такая рационализация решения уравнений должна стать для учеников естественной.

Д о м а ш н е е з а д а н и е: № 87 (6, 7), 89 (1. б, г, е). Если в классе была решена задача 96 (1), то дома можно решить 96 (2). Ученикам можно предложить составить и решить уравнение к задаче № 80 (2), если в классе эта задача не была решена.

Цель второго урока: формирование умений школьников решать уравнения способом подбора корней и использования условия равенства произведения нулю.

Комментарии. При проверке домашнего задания следует обратить внимание учащихся на равносильные преобразования, которые они использовали при решении уравнений в № 80 (2) и № 89.

Устная работа: № 82 (3, 4), 83 (2, 4, 6), 84 (6—8), 88. При выполнении № 88 полезно спросить, какие равносильные преобразования школьники использовали при решении уравнений.

Самостоятельная работа на оценку проводится под копирку. Копия работы сдается учителю, а по первому экземпляру делается проверка. Можно провести самостоятельную работу № 5 из дидактических материалов.

Вариант 1

Решить уравнения из № 89 (1. ж, и).

Вариант 2

Решить уравнения из № 89 (1. з, к).

Затем устно выполняется задание № 89 (2).

Новый материал урока посвящен усвоению условия равенства нулю произведения: *«Если произведение равно нулю, то хотя бы один из сомножителей равен нулю»*.

При изучении этого материала проводится фронтальный разбор нового способа решения уравнений. Ученикам предлагается подумать, какие корни имеет уравнение в № 90 (1. а). Посмотреть в тексте пункта решение примера 1, затем оформить решение № 90 (1а). После этого ученикам предлагается самостоятельно выполнить № 90 (1. в, д), затем фронтально обсуждается задание № 90 (1. б).

Следующие уравнения решаются способом подбора.

Ученикам предлагается подумать над способом решения уравнения в № 91 (1). Прочитать, как решается аналогичное уравнение в примере 2, и вернуться к решению № 91 (1). Аналогично рассуждая, решить № 91 (2). В данном номере сначала проверяется гипотеза о том, что числители дробей кратны знаменателям, а затем после отыскания корня проводится рассуждение о единственности корня, т. е. о том, что при увеличении x знаменатели увеличиваются, дроби и их сумма уменьшаются, а при уменьшении значения x дроби и их сумма увеличиваются.

Полезно также решить задачу из № 96 (3).

Домашнее задание: № 90 (1. б, г, е), 96 (5), для желающих № 101 (1).

Цель третьего урока: закрепление методов решения уравнений, формирование умения решать линейное уравнение с модулем.

Комментарии. При проверке домашнего задания разбираются те номера, которые вызвали трудности. При решении уравнения в № 101 (1) можно умножить уравнение $x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100$ на 4, тем самым избавиться от дробей и решить линейное уравнение $x = 36$.

В устную работу включаются задания, содержащие модули № 82 (5), 83 (7—10), 87 (5, 6).

Письменно выполняются задания № 98 (1, 2, 4).

Затем со всем классом разбирается № 97. Главный вопрос, как записать два последовательных натуральных числа в задании 1, три последовательных четных числа в задании 2, три последовательных нечетных числа в задании 3. Можно предложить ученикам самим выбрать одну из задач № 97 и решить ее.

Полезно разобрать № 95, обратив внимание на составление уравнения.

Решить в классе № 95 (2, 3).

Домашнее задание: № 98 (3), 95 (1, 4), 96 (6).

Цель четвертого урока: обучение решению уравнений с параметрами.

Комментарии. Школьники впервые встречаются с уравнениями с параметрами.

В начале урока школьникам предлагается т е с т по методам решения уравнений.

Вариант 1	Вариант 2
1. Равносильны ли уравнения?	
$\frac{2}{3}x + 4 = 10$ и $2x = 18$?	$1{,}3x + 4 = 0{,}1$ и $13x = 39$
Ответ: да; нет	
2. Решите уравнение.	
$(x + 2)(x - 3) = 0$	$(x - 2)(x + 3) = 0$
Ответ: 2; –2; 3; –3	
3. Найдите положительные корни уравнения.	
$\frac{12}{x} + \frac{12}{x+1} = 7$	$\frac{12}{x} + \frac{12}{x-2} = 5$
Ответ: 2; 3; 4; 6	

После завершения работы следует сразу проверить результаты выполнения. Выставить оценки: если правильно выполнены все задания, выставляется отметка «5», если два задания — выставляется «4», если одно задание, то — «3».

Затем можно предложить ученикам решить устно следующие у р а в н е н и я:

$$1)\ x(x + 1)(x + 2) = 24;$$
$$2)\ x^2 - 2x = 15;\ \ 3)\ x^3 + x = 10.$$

Рассуждения учеников могут быть такими. [После подстановки целого корня в левую часть уравнения она станет числом, которое делится на этот корень. (Здесь естественно применить понятие делимости, введенное на множестве натуральных чисел, к целым числам, не привлекая внимания школьников к этой некорректности.) Значит, и левая часть должна делиться на этот корень.

1) В уравнении нужно найти меньшее из трех последовательных целых чисел, дающих в произведении 24. Это 2, 3 и 4, $x = 2$.

2) Целые корни уравнения находятся среди делителей правой части, т. е. среди чисел ±1, ±3, ±5, ±15. Проверяя их устно, находим корни -3 и 5. Можно существенно сократить работу, вынеся в левой части x за скобки: $x(x - 2) = 15$. Если x — целый корень, то $x(x - 2)$ — произведение двух целых чисел, отличающихся на 2 и дающих в произведении 15, т. е. $(-3)(-5)$ или $5 \cdot 3$, значит, $x = -3$ и $x = 5$.

3) Вынесем x за скобки, получим $x(x^2 + 1) = 10$. 10 — это произведение чисел 2 и 5, а число 5 можно представить как $5 = 2^2 + 1$, следовательно, $x = 2$.]

Затем в классе обсуждаются № 99, 100.

Фронтально разбирается решение № 96 (7, 9).

Домашнее задание: № 95 (5, 6), 96 (8), для желающих № 101 (2), не забывать о выполнении домашней контрольной работы № 2.

6. Уравнения с двумя переменными и их системы (4 ч)

В данном пункте ученики встретятся с понятиями «уравнение с двумя переменными», «система уравнений», «решение уравнения с двумя переменными», «решение системы уравнений». У школьников будут формироваться умения находить частные решения уравнений с двумя переменными, решать системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными способом сложения.

Предметные результаты обучения:

— проверять, является ли пара чисел решением данного уравнения с двумя переменными;

— приводить примеры решений уравнений с двумя переменными;

— решать системы двух линейных уравнений с двумя переменными методом сложения;

— решать задачи, алгебраической моделью которых является уравнение с двумя переменными.

Метапредметные результаты обучения:

— составлять план решения системы уравнений;

— проверять правильность решения системы уравнений.

Цель изучения: формирование понятий: уравнение с двумя переменными, решение уравнения с двумя переменными; формирование умения учиться находить частные решения или доказывать, что целых решений уравнение не имеет; повторение понятия равносильности и равносильных преобразований, с помощью которых уравнения упрощаются, и из уравнения выражается одна из переменных.

Комментарии. После выполнения № 102 с учениками обсуждаются следующие в о п р о с ы.

1. С какими уравнениями вы встретились в данном номере? [Уравнениями с двумя переменными.]

2. Что является решением уравнения с одной переменной? [Число.]

3. Что такое множество истинности уравнения с одной переменной? [Множеством истинности уравнения с одной переменной является множество чисел, при подстановке которых в уравнение последнее становится верным равенством.]

4. Что является решением уравнения с двумя переменными? [Пара чисел.]

5. Что бы вы назвали множеством истинности уравнения с двумя переменными? [Множество истинности уравнения с двумя переменными — это множество пар, при подстановке которых в уравнение последнее становится верным равенством.]

6. В № 102 пара чисел уже была дана. Как бы вы искали пару чисел, которая является решением уравнения с двумя переменными?

После ответов учеников выполняется № 103 (1, 3, 5). В заданиях 1 и 2 просто выражается одна из переменных, выбирается значение одной переменной и вычисляется значение другой. В следующих заданиях сначала уравнения упрощаются путем избавления от дробей, а затем выражается одна из переменных.

В № 104 при нахождении целых решений уравнения используется делимость чисел. В задании 1 нет целых решений, потому что левая часть уравнения делится на 4, а правая часть не делится. Аналогичные рассуждения в заданиях 2, 6. В задании 3 $x = -4$, $y = 3$, в задании 4 $x = y = 0$, в задании 5 $x = 3$, $y = 0$ или $x = 0$, $y = 2$.

Уравнения в № 107 (1, 2) составляются произвольно, а их значения находятся в ходе вычисления. Например, $3x - 5y = 3 \cdot (-3) - 5 \cdot 9 = -54$. Получаем $3x - 5y = -54$.

Если останется время на уроке, то полезно решить № 105. При его решении математической моделью будет являться уравнение $3n + 2 = 5m + 3$. Выразим $n = \dfrac{5m+1}{3}$, понятно, что искомое число целое. Подбирая m так, чтобы числитель дроби делился на 3, найдем сначала, например, $m = 1$, $n = 2$, а затем само число $x = 3 \cdot 2 + 2 = 8$. Найдем другое число $m = 4$, $n = 7$, $x = 3 \cdot 7 + 2 = 23$.

Ответ: 8 и 23.

Домашнее задание: № 103 (2, 4, 6), 107 (3, 4); задача 3 из «Практикума по решению текстовых задач»; для желающих № 106; выполнить задания из домашней контрольной работы № 2.

Цель второго урока: формировать понятия «система уравнения», «решение системы уравнения» и умения школьников решать системы уравнений методом сложения.

Комментарии. Ввести понятие системы уравнений можно на основе решения задачи № 113 (1). Вместе с учениками составить два уравнения: $x + y = 31$ и $x - y = 6$.

Порядок решения уравнений.

1. Найти пару целых чисел, удовлетворяющих первому уравнению.

2. Найти пару чисел, удовлетворяющую второму уравнению.

3. Удовлетворяют ли найденные пары чисел и первому, и второму уравнениям одновременно?

Чтобы показать, что нужно не просто указать решения первого и второго уравнений, а найти их общие решения, т. е. те решения первого уравнения, которые являются решениями и второго уравнения, эти уравнения записывают в виде системы:

$$\begin{cases} x + y = 31, \\ x - y = 6. \end{cases}$$

4. Найти пару чисел, которая удовлетворяет и первому, и второму уравнениям.

Ученики могут сами открыть способ решения этой системы. Выразят x из первого уравнения и подставят во второе уравнение. Может быть, кто-то из них заметит, что уравнения можно сложить и вычесть. В любом случае следует обратить внимание школьников на возможность избавиться от одного из переменных, складывая или вычитая равенства системы. При этом можно считать, что x и y — это искомые числа, а значит, равенства верные.

5. Что является множеством истинности системы двух уравнений с двумя неизвестными? [Все пары чисел, которые являются решениями одновременно и первого, и второго уравнений системы.]

Затем ученики выполняют серию самостоятельных работ.

С1: № 108 (1) и 109 (1); **С2**: № 110 (1, 3, 5); **С3**: № 113 (2).

Домашнее задание: № 110 (2, 4, 6), 113 (3, 4); для желающих № 113 (6).

Цель третьего урока: закрепление умения школьников решать системы уравнений с произвольными коэффициентами при неизвестных.

Комментарии. Разобрать примеры 2 и 3 данного пункта. Решить самостоятельно № 111 (1, 3, 5) и № 112 (1), а также задачу 22 из раздела «Практикум по решению текстовых задач».

В *сильном классе* полезно предложить ученикам попытаться решить систему с тремя переменными, например:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 9, \\ x - 3y + 2z = 1, \\ 2x - 5y + 3z = 0. \end{cases}$$

Р е ш е н и е может быть таким:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 9, \\ x - 3y + 2z = 1, \\ 2x - 5y + 3z = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} x + 2y + 3z = 9, \\ -5y - z = -8, \\ -9y - 3z = -18, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 9, \\ 5y + z = 8, \\ 3y + z = 6, \end{cases} \qquad \begin{cases} x + 2y + 3z = 9, \\ 5y + z = 8, \\ -2y = -2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 9, \\ 5y + z = 8, \\ -2y = -2, \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -2, \\ z = 3, \\ y = 1. \end{cases}$$

Ответ: $x = -2$, $y = 1$, $z = 3$.

Полезно разобрать в классе № 113 (5, 6).

Д о м а ш н е е з а д а н и е: № 111 (2, 4, 6), задача 23 из раздела «Практикум по решению текстовых задач», завершить выполнение домашней контрольной работы № 2 и сдать на следующем уроке.

Цель четвертого урока: формирование умения школьников решать текстовые задачи с помощью составления систем уравнений.

Комментарии. Разбирается задача примера 1 пункта 6.

Затем проводится серия с а м о с т о я т е л ь н ы х р а б о т.

С1: № 114 (1), 115 (1); **С2:** № 114 (2), 116 (1).

Школьники могут решить какую-либо задачу, составив по ее условию как уравнение, так и систему. Приоритетной целью является научиться решать задачи. Например, решение задачи № 117 (1) может выглядеть так. [Обозначим число листов заготовленной бумаги буквой x, получим уравнение: $\frac{x-20}{2} = \frac{x+12}{3}$.] Однако, если школьники предложат решение, сводящееся к уравнению, следует дополнительно обсудить возможность составления по тексту задачи системы уравнений.

Между самостоятельными работами с классом фронтально составляются системы уравнений к задачам в № 118 (1), 119.

На уроке также решаются системы уравнений из № 112 (3), 121 (1).

Как и в предыдущих пунктах, здесь нет необходимости выполнять все помещенные в пункте задания — оставшиеся задания можно использовать в дальнейшем вместе с материалом главы «Повторение».

Домашнее задание: № 112 (2), 115 (2), 116 (2); подготовиться к зачету.

Зачет по главе 1 «Математический язык»

В начале урока дается инструкция по форме проведения зачета.

Зачет проводится по двум вариантам заданий, которые записаны на доске или размножены и лежат на парте у каждого ученика. Ученикам предлагается выполнять задания кратко в любой последовательности и оформлять решение каждого из них или серии коротких заданий на отдельных листах, которые складываются на углу парты. Ученики, которые первыми закончат выполнение заданий, сдают зачет учителю устно. Те ученики, которые сдали зачет, становятся консультантами и принимают зачет у остальных учеников по рядам.

Каждому консультанту выдается таблица, в которую он заносит фамилии тех учеников, зачет у которых он принимает. Консультант должен проверить правильность выполнения конкретных номеров и поставить в таблице (в соответствующих столбцах) знаки «+» при правильном и «–» при неправильном выполнении заданий.

Фамилия, имя	1	2	3	4	5	6	7	8
1.								
2.								

Те ученики, которые быстро и правильно решат все задания, помогают консультантам в принятии зачета или ученикам в решении заданий, объясняя материал. Те ученики, которым оказывалась помощь в ходе зачета, считаются не сдавшими зачет, будут повторно сдавать зачет во внеурочное время.

Учитель просматривает таблицы у консультантов, видит общую картину сдачи зачета, оказывает индивидуальную помощь.

ЗАДАНИЯ К ЗАЧЕТУ

Вариант 1

1. Какие предложения являются высказываниями: 1) «Нуль — число натуральное»; 2) $x + 3 = 2$?

2. Верно или нет утверждение:

1) «произведение любых правильных дробей меньше 1»;

2) «сумма чисел с разными знаками всегда число отрицательное»?

3. Запишите в виде выражения «число кубических дециметров в t м^3».

4. Запишите в виде равенства предложение «Число a в 2,5 раза больше разности чисел b и c».

5. Какое из выражений не имеет смысла:

$$1)\ \frac{a-1}{\frac{2}{3}-0{,}7};\qquad 2)\ \frac{12\cdot 56-24\cdot 0{,}22}{12^2+5^2-13^2}?$$

6. Найдите значение выражения $\dfrac{x^2+x+2}{3x+1}$ при $x = -4$.

7. Переведите условие задачи на математический язык. Буквой x обозначьте число клеток, а буквой y — число кроликов в каждой клетке.

«36 кроликов рассадили поровну в несколько клеток. Если бы клеток было на 2 меньше, то в каждую пришлось бы посадить на 3 кролика больше. Сколько было клеток?»

8. Приведите, если возможно, два значения переменной так, чтобы при одном значении предложение «$x^2 \leqslant 0$» было истинным, при другом — ложным.

Вариант 2

1. Какие предложения являются высказываниями: 1) $2 + 3 = 4$; 2) $x + 3 = 5$ при $x = 3$?

2. Верно или неверно утверждение:

1) «произведение двух чисел с разными знаками всегда отрицательно»;

2) «сумма двух дробей не может быть целым числом»?

3. Запишите в виде выражения «число квадратных метров в s га».

4. Запишите в виде равенства предложение «Число a в 3,5 раза меньше суммы чисел b и c».

5. Какое из выражений не имеет смысла:

1) $\dfrac{x - a + 1}{11{,}36 - 13{,}31}$; 2) $\dfrac{23 \cdot 7 - 32 \cdot 0{,}46}{3^2 + 4^2 - 5^2}$?

6. Найдите значение выражения $\dfrac{x^2 + x - 2}{3x - 1}$ при $x = -3$.

7. Переведите условие задачи на математический язык. Буквой x обозначьте число больших автобусов, а буквой y — число пассажиров, которых большой автобус может перевезти.

«Для перевозки 252 солдат были заказаны автобусы. Если бы заказали большие автобусы, в каждый из которых можно было усадить на 6 человек больше, то потребовалось бы на один автобус меньше, чем было заказано. Сколько больших автобусов потребовалось бы для перевозки солдат?»

8. Приведите, если возможно, два значения переменной так, чтобы при одном значении предложение «$x^2 > 0$» было истинным, при другом — ложным.

ОТВЕТЫ К ЗАЧЕТУ

Вариант 1. 1. а). **2.** Верно а), неверно б). **3.** t м^3 = $= 1000t$ дм^3. **4.** Например, $a = 2{,}5(b - c)$. **5.** б). **6.** $-1\frac{3}{11}$.

7. $\begin{cases} xy = 36, \\ (x-2)(y+3) = 36. \end{cases}$ **8.** $x_1 = 0$, $x_2 = 1$.

Вариант 2. 1. а) и б). **2.** Верно а), неверно б). **3.** s га = $= 10\,000s$ м^2. **4.** Например, $3{,}5a = b + c$. **5.** б). **6.** $-0{,}4$.

7. $\begin{cases} x(y+6) = 252, \\ (x+1)(y-6) = 252. \end{cases}$ **8.** $x_1 = 1$, $x_2 = 0$.

При подведении итогов зачета учитель отмечает, сколько человек сдали зачет, какие задания вызвали наибольшие трудности, обращает внимание учеников на необходимость систематического выполнения заданий после каждого пункта, а также постепенное выполнение заданий из домашней контрольной работы. Подводятся итоги выполнения домашней контрольной работы (если работы сданы вовремя и проверены). Следующий зачет будет проведен после завершения изучения второй главы.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Тема «Уравнения»

Вариант 1

1. Подберите значение переменной так, чтобы при подстановке его в предложение $17{,}2 - 3{,}1x = 4{,}8$ оно стало: 1) истинным; 2) ложным высказыванием.

2. Решите уравнение $x^2 - 2x = 0$.

3. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + 2y = 2, \\ 3x - y = -1. \end{cases}$

4. Решите задачу. За 38 м ткани двух сортов уплатили 104 р. Сколько ткани каждого сорта было куплено, если метр ткани первого сорта стоил 3 р., а метр ткани второго сорта — 2 р. 50 к.?

5•. Какое из уравнений не имеет решений:

1) $x^2 + y^2 = -1$; 2) $x^2 + y^2 = 0$?

Вариант 2

1. Подберите значение переменной так, чтобы при подстановке его в предложение $2{,}4x - 1{,}5 = 5{,}7$ оно стало: 1) истинным; 2) ложным высказыванием.

2. Решите уравнение $6x + 2x^2 = 0$.

3. Решите систему уравнений $\begin{cases} x - 4y = 7{,}3 \\ 2x - y = 7. \end{cases}$

4. Решите задачу. Для школьной столовой куплено 250 кг риса и пшена. 1 кг риса стоил 10 р., а 1 кг пшена — 8 р. За весь купленный рис было уплачено на 520 р. больше, чем за все пшено. Сколько килограммов риса и сколько килограммов пшена было куплено для школы?

5•. Какое из уравнений не имеет решений:

1) $x^2 + y^2 + z^2 = -1$; 2) $x^2 + y^2 + z^2 = 0$?

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 2

Вариант 1. 1. 1) 4; 2) например, 5. **2.** 0 и 2. **3.** (0; 1). **4.** 18 м по 3 р., 20 м по 2 р. 50 к. **5.** Не имеет решений уравнение 1.

Вариант 2. 1. 1) 3; 2) например, 4. **2.** 0 и –3. **3.** (3; –1). **4.** 140 кг риса, 110 кг пшена. **5.** Не имеет решений уравнение 1.

Глава 2
ФУНКЦИЯ

§ 3. ФУНКЦИИ И СПОСОБЫ ИХ ЗАДАНИЯ

В этой главе три параграфа, но всего две домашние контрольные работы: одна к § 3, 4 а другая к § 5. Напомним, что работа с заданиями домашних контрольных работ должна проводиться учащимися по мере изучения материала. Нужно добиться, чтобы после каждого урока школьники обращались к соответствующей контрольной работе и сами оценивали степень возрастания своих знаний.

В учебнике дается, пожалуй, самое простое из различных определений одного из фундаментальных математических понятий — понятия функции.

При рассмотрении двух задач на зависимость между физическими величинами: между объемом и высотой прямоугольного параллелепипеда, между двумя измерениями прямоугольника данной площади, — внимание учащихся обращается на *существование* допустимых и недопустимых значений переменных, на *однозначность* вычисления значения одной из них по данному допустимому значению другой. Обобщение и формализация сделанных при анализе задач выводов приводят к определению функции. При этом одна из переменных называется функцией, а другая — аргументом. Это позволяет избежать столь неприятной (на этапе знакомства с понятием) двойной смысловой нагрузки на термин *функция*, когда функция — это и сама зависимость между переменными, и одна из переменных.

В отличие от некоторых других учебников, в нашем учебнике сразу вводится обозначение $y = f(x)$, где буквой f обозначает правило, пользуясь которым по каждому допустимому значению аргумента можно найти соответствующее ему значение функции.

Раннее введение этого обозначения позволяет школьникам не только научиться за счет длительной практики более уверенно им пользоваться, но и существенно упрощает формулировки многих задач и решений.

7. Понятие функции (2 ч)

В данном пункте происходит первичное знакомство школьников с понятием функции. Следует избегать формального заучивания определения функции. Учащиеся могут своими словами объяснять, что такое функция и аргумент, и устанавливать, каким является множество допустимых значений аргумента.

При выполнении заданий пункта полезно обратить внимание школьников на то, что одно и то же значение функции может соответствовать разным значениям аргумента.

Предметные результаты обучения:

— вычислять значения функций, заданными формулами;

— находить область определения и множество значений функции;

— определять принадлежность точки графику функции.

Метапредметные результаты обучения:

— использовать функциональную символику для записи разнообразных фактов, связанных с рассматриваемыми функциями, обогащая опыт знаково-символических действий;

— строить речевые конструкции с использованием функциональной терминологии.

Цель первого урока: формирование понятия функции, умения находить значения функции по известному аргументу, а также допустимые значения функции; умения работать с функциями, заданными как описанием, так и формулой.

Комментарии. На уроке разбираются задачи 1 и 2 данного пункта и вводится понятие функции, которое отрабатывается на заданиях из № 122.

Разбирается пример 1 и выполняется № 123 (а), 126 (1).

Домашнее задание: разобрать пример 2 из п. 7, выполнить № 125 (б) и задачу 24 из раздела «Практикум по решению текстовых задач».

Цель второго урока: формирование умения задавать функцию описанием и формулой, находить значения аргумента функции.

Комментарии. На этом уроке можно предложить школьникам выполнить исследовательскую работу № 1 и разобрать 127 (1, 3), 128 (2), № 129. Ответить на контрольные вопросы к пункту.

В конце урока проводится тест, самостоятельная работа из дидактических материалов или приведенная ниже.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант 1	**Вариант 2**
Дана функция $y = 3x + 7$. Найдите:	
1) $f(-4)$	1) $f(-5)$
2) x, если $f(x) = 9$	2) x, если $f(x) = -6$

Домашнее задание: № 118 (2), 127 (2, 4), 128 (1).

8. Таблица значений и график функции (4 ч)

В предыдущем пункте школьники познакомились с аналитическим способом задания функции формулой и с функциями, заданными описанием. В пункте 8 рассматриваются табличный и графический способы задания функций.

Школьники должны понять, что задать функцию таблицей можно только тогда, когда множество значений аргумента сравнительно невелико (примеры 1, 2 данного пункта). В случае бесконечного множества допустимых значений таблица не задает функцию (пример 3).

Предметные результаты обучения:

— составлять таблицы значений функций;

— выполнять задания с таблицами;

— подбирать функцию к таблице значений;

— строить по точкам графики функций, заданных разными способами.

Метапредметные результаты обучения:

— интерпретировать графики реальных зависимостей;

— пользоваться таблицами в реальной жизни;

— устанавливать соответствия между функцией и ее графиком; между функцией и ее таблицей значений.

Цель первого урока: формирование умений школьников работать с табличным способом задания функций и с различными таблицами значений функций.

Комментарии. По учебнику разбирается пример 1, учитель задает вопросы по таблице, а ученики отвечают. Затем ученики устно отвечают на вопросы № 130 (1), письменно выполняют № 132 (1).

После этого разбирается пример 2, и учитель знакомит школьников с разделом «Справочные материалы» учебника, в котором имеются таблицы с двумя входами, — это «Таблица квадратов двузначных чисел» и «Таблица умножения». Учитель может предложить ученикам рассказать об алгоритме поиска квадрата двузначного числа и предложить ученикам найти квадраты некоторых чисел, а также рассказать о работе с таблицей умножения.

Домашнее задание: № 119 (2), 130 (2), 132 (2).

Цель второго урока: формирование умения совмещенной работы с таблицей и соответствующим графиком, т. е. умения по таблице строить график и считывать информацию с графика.

Комментарии. Начинается урок с проверки домашнего задания и устного выполнения № 131.

По учебнику разбирается пример 3, в котором приведена таблица значений температур, измеренных через каждые два часа. По этой таблице ученикам задаются вопросы, например: «Какая температура была в 12 часов?», «Как изменялась температура с 6 до 12 часов?», «В какое время суток температура была равна 2 °C?». Скорее всего, ученики при ответе на последний вопрос назовут только указанное в таблице время 8 часов. В этом случае их внимание надо будет привлечь к временному интервалу от 20 до 22 часов, когда температура изменялась с 2,5 до 0 °C. Понятно, что при этом изменении в какой-то момент температура была равна 2 °C. Дальнейшее изложение естественно проводить с опорой на рисунки 11—14 учебника (или использовать настенные таблицы, если они еще сохранились с прежних времен).

Устно снимаются данные с графика в № 133 (1), письменно по заданному графику заполняется таблица в № 135 (1). Фронтально с классом выполняется № 137 (а).

Домашнее задание: исследовательская работа № 2 (результаты выполнения обсудить в начале третьего урока).

Цель третьего урока: формирование умения школьников работать с графиками и таблицами значений функций.

Комментарии. Разбираются устно № 131, 126 (2) и письменно выполняются № 127 (2, 4), 135 (2), 136. Полезно провести тест. Здесь предлагается один вариант, а в дидактических материалах можно взять два варианта.

ТЕСТ

Запишите номера заданий и буквы правильных ответов.

1. По таблице найдите точки пересечения графика функции с осью абсцисс.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	5	0	-3	-4	-3	0	2

а) (0; –4);
б) (–2; 0);
в) (–2; 0) и (2; 0);
г) (0; 0).

2. Для какой функции составлена таблица значений?

x	0	–1	–2	2	10
y	–3	–2	1	1	97

а) $y = 5x - 3$; в) $y = \dfrac{5x + 3}{x - 1}$;

б) $y = \dfrac{2x - 15}{5}$; г) $y = x^2 - 3$.

3. Найдите значение функции $y = -x^2 + 3x - 5$ при $x = -2$.

а) 4; б) –3; в) –15; г) –7.

4. Для функции $y = \dfrac{3}{x} + 5$ найдите значение x, при котором $y = -1$.

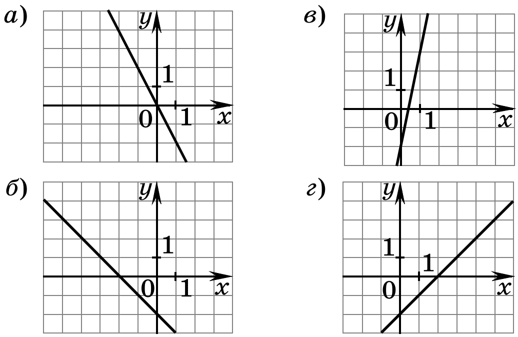
а) 3; б) $-\dfrac{1}{3}$; в) 0,5; г) –0,5.

5. По таблице найдите значения функции при $x_1 = -3$ и $x_2 = 2$ и вычислите их произведение.

x	–3	–2	–1	0	1	2	$3\frac{1}{3}$
y	6,5	5	3,5	2	0,5	–1	–3

а) 0; б) 6,5; в) –6,5; г) 0,25.

6. Какой из графиков функций построен на рисунке по таблице значений?



x	0	0,5	0,2	1	2	0,4
y	–2	0,5	–1	3	8	0

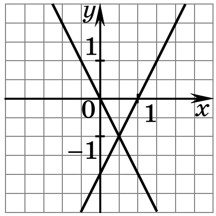
7. Укажите координаты точки пересечения графиков функций на рисунке.

а) (1; –2);

б) (0,5; –1);

в) (0,5; 1);

г) (1; 1).



ОТВЕТЫ К ТЕСТУ

1. в). **2.** г). **3.** в). **4.** г). **5.** в). **6.** в). **7.** б).

Разбираются устно № 131, 126 (2) и письменно выполняются № 135 (2), 136 и 127 (2, 4).

Домашнее задание: № 137 (в), задача 6 из раздела «Практикум по решению текстовых задач» и контрольные вопросы из пункта 8.

Цель четвертого урока: закрепление материала пункта.

Комментарии. Устно разбираются № 133 (2), 134. Акцент делается на соответствие характера возрастания уровня жидкости в сосуде его форме. Письменно выполняются № 138, 139.

Для заполнения таблицы в № 138 (напомним, что задания, отмеченные «*», предназначены для индивидуальной работы с сильными учениками) следует сначала задать расстояние формулой. Ученики обычно получают формулу $d = 2100 - (20 - 15)t$. Изюминка задания заключается в том, что после встречи расстояние между автомобилями начинает увеличиваться, т. е. формула должна выглядеть так: $d = |2100 - (20 + 15)t|$.

В *слабом классе* вместо рассмотрения № 138 можно предложить школьникам № 128 (2), 129.

Домашнее задание: № 137 (б), 128 (1), 129 (г, д) и выполнить соответствующие задания из домашней контрольной работы 3.

§ 4. ФУНКЦИЯ $y = kx$ И ЕЕ ГРАФИК

9. Пропорциональные переменные (3 ч)

В этом пункте повторяется понятие пропорции, вводятся понятия пропорциональных величин и коэффициента пропорциональности. Прямая пропорциональность задается функцией $y = kx$, ученики составляют таблицу значений данной функции, по данному графику учатся задавать функцию формулой.

Предметные результаты обучения:

— находить значение функции по формуле для конкретного аргумента и аргумент функции по известному значению;

— составлять таблицы значений функций $y = kx$;

— интерпретировать графики реальных зависимостей.

Метапредметные результаты обучения:

— использовать функциональную символику для записи разнообразных фактов, связанных с рассматриваемой функцией $y = kx$, обогащая опыт знаково-символических действий;

— использовать справочные таблицы.

Цель первого урока: рассмотрение нескольких задач на пропорциональность, акцентируя внимание на формуле, выражающей зависимость между пропорциональными переменными.

Комментарии. После обобщения результатов, рассматривая функцию $y = kx$, следует обязательно сказать о равенстве отношений соответствующих друг другу значений функции и аргумента.

Полезно поговорить о пропорциональных величинах в **№ 140 (1—5)**, затем вместе с классом выполнить **№ 141 (1)**, и предложить школьникам самостоятельно выполнить **№ 141 (2)**.

Заполнение таблицы в примере данного пункта можно провести фронтально: ученики сами предложат найти коэффициент пропорциональности k и получить формулы $y = kx$ и $x = \frac{y}{k}$.

Заполнение следующих таблиц пункта лучше организовать в виде серии самостоятельных работ с немедленным обсуждением или взаимопроверкой результатов после завершения каждой.

С1: № 142 (1); **С2:** № 143 (1), 144 (1).

Домашнее задание: 141 (3, 4), № 144 (3), задача 9 из раздела «Практикум по решению текстовых задач».

Цель второго урока: закрепление умений школьников находить коэффициент пропорциональности, значение функции по известному аргументу и значение аргумента по известному значению функции.

Комментарии. Устно выполняются № 140 (4—7), 143 (2), письменно — серии самостоятельных работ.

С1: № 144 (2); **С2:** № 145.

На повторение предлагаются уравнения из № 89 (ж, и), 100 (1—4).

Домашнее задание: № 141 (5, 6), 144 (4), на повторение № 89 (1. з) и ответить на контрольные вопросы пункта.

Цель третьего урока: закрепление материала пункта.

Комментарии. Устно разбирается № 140 (6—10), письменно — № 146, 147 (1).

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант 1

Стоимость товара C (р). и его количество n (кг) связаны формулой $C = an$, где a (р) — цена 1 кг.

1. Постройте график стоимости товара, если $a = 3{,}6$ р.

2. Найдите по графику стоимость 5,3 кг.

3. Найдите по графику количество товара, которое можно купить на 34 р.

4. Как изменяется стоимость товара в зависимости от его количества?

Вариант 2

Длина сторон прямоугольника a и x (м) связаны с его площадью S (м^2) формулой $S = ax$.

1. Постройте график площади прямоугольника, если $a = 2{,}8$ м.

2. Найдите по графику площадь прямоугольника, если $x = 8{,}2$ м.

3. Найдите по графику длину прямоугольника, площадь которого равна 25 м^2.

4. Как изменяется площадь прямоугольника в зависимости от его ширины?

ОТВЕТЫ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

Вариант 1. 2. ≈ 19 р. **3.** ≈ 9,4 кг. **4.** Пропорционально.
Вариант 2. 2. ≈ 23 м^2. **3.** ≈ 9 м. **4.** Пропорционально.

Если останется время, то выполняются № 100 (5, 6), 101.

Домашнее задание: № 137 (в), 142 (2), 147 (2), выполнить задания из контрольной работы № 3.

10. График функции $y = kx$ (2 ч)

После изучения данного пункта ученики должны научиться строить график функции $y = kx$, знать, что k — угловой коэффициент, что графиком функции является прямая, проходящая через начало координат, для построения которой достаточно задать одну ее точку, отличную от начала координат, уметь строить график функции $y = kx$, определять по графику угловой коэффициент прямой.

Предметные результаты обучения:

— моделировать реальные зависимости, выражаемые функцией $y = kx$, с помощью формул и графиков;

— интерпретировать графики реальных зависимостей;

— использовать компьютерные программы для исследования расположения графика функции $y = kx$ в зависимости от значения k;

— показывать схематически положение графиков функций вида $y = kx$ в зависимости от значения k на координатной плоскости;

— строить график функции $y = kx$.

Метапредметные результаты обучения:

— пользоваться информацией, представленной с помощью графика и таблицы.

Цель первого урока: формирование умения школьника строить график функции $y = kx$ и находить по его графику абсциссу и ординату точки.

Комментарии. В начале урока обсуждение результатов задачи № 147 (2) позволяет сформулировать гипотезу о том, что прямая, проходящая через начало координат, является графиком функции $y = kx$. Отсюда легко перейти к обратному (для прямых, непараллельных оси ординат) утверждению, которое и обосновать (конечно, нестрого), используя примеры и рисунки учебника.

Школьники должны сознательно применять термин *угловой коэффициент*, не допуская таких ошибок, как использование вместо данного термина неправильного — *коэффициента пропорциональности прямой*.

В данном пункте школьники встречаются с двумя основными задачами, связанными с графиками функций: нахождение ординаты точки графика по ее абсциссе (нахождение значения функции по значению аргумента) и нахождение абсциссы точки графика по ее ординате (решение уравнения $f(x) = a$). При выполнении № 148 полезно дополнительно предложить школьникам проверить аналитически правильность графического определения значений. Это будет способствовать формированию представления о приближенности результатов, *снимаемых* с графика.

Вопрос о том, проходит ли график функции $y = kx$ через заданную точку, в некоторых случаях может быть решен визуально, а в других требует подстановки координат точки в формулу.

На уроке выполняются № 150 и 156.

В № 156 после нанесения на координатную плоскость указанных в таблице точек следует приложить линейку так, чтобы эти точки располагались как можно ближе к ней, провести прямую и найти ее угловой коэффициент. Полезно спросить у школьников: чем применительно к тексту задачи является этот угловой коэффициент? Школьники должны уяснить себе, что скорость — это коэффициент пропорциональности пройденного пути и времени движения (когда движение равномерно).

Домашнее задание: № 149, задача 10 из раздела «Практикум по решению текстовых задач» и контрольные вопросы в конце пункта.

Цель второго урока: формирование умения находить угловой коэффициент прямой, записывать уравнение прямой по графику, по заданным точкам, знать, как зависит расположение графика прямой от знака углового коэффициента.

Комментарии. Начинается урок с устного выполнения № 157, затем разбирается пример 3 из текста пункта. Затем ученики выполняют самостоятельно № 152 (2) и фронтально разбираются № 153—155, 158.

В № 153, 154 можно или найти угловой коэффициент прямой, проходящей через одну из данных точек, и выяснить, лежит ли на этой прямой другая точка, или проверить, составляют ли координаты данных точек пропорцию, точнее сказать: «Верно ли равенство $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$?»

Домашнее задание: № 151, 152 (1), завершить выполнение домашней контрольной работы № 3 и сдать ее на следующем уроке.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Тема «Функция $y = kx$»

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = 3x$.

1) Проходит ли график данной функции через точку $A\left(\frac{2}{5};\ 1{,}2\right)$? 2) Как по отношению к построенному графику расположен график функции $y = -3x$?

2. Найдите для функции, заданной формулой $f(x) = x(2x - 3)$:

1) значение функции при $x = -2$; 2) при каком значении x значение функции равно нулю.

3. Запишите формулу периметра квадрата со стороной x см. Чему равна сторона квадрата, если периметр его равен 96 см?

4•. Существует ли такое значение аргумента x, при котором значения функций $y - 5x - 2$ и $y = -6x$ равны?

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = -4x$.

1) Проходит ли график данной функции через точку $B\left(-\frac{2}{5};\ -1{,}6\right)$? 2) Как по отношению к построенному графику расположен график функции $y = 4x$?

2. Найдите для функции, заданной формулой $f(x) = 3x(2x + 5)$:

1) значение функции при $x = -2$; 2) при каком значении x значение функции равно нулю.

3. Запишите формулу периметра прямоугольника, ширина которого равна x см, а длина в 2 раза больше. Найдите ширину прямоугольника, если его периметр равен 72 см.

4•. Существует ли такое значение аргумента x, при котором значения функций $y = -2x + 1$ и $y = -6x$ равны?

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 3

Вариант 1. 1. 1) Да; 2) симметрично относительно оси Ox. **2.** 1) 14; 2) 0 и 1,5. **3.** 24 см. **4.** $x = \frac{2}{11}$.

Вариант 2. 1. 1) Нет; 2) симметрично относительно оси Ox. **2.** 1) –6; 2) 0 и –2,5. **3.** 12 см. **4.** $x = -0{,}25$.

§ 5. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

11. Определение линейной функции (2 ч)

В этом пункте понятие линейной функции вводится по той же схеме, что и понятие функции $y = kx$.

Первая прикладная задача требует так называемой конъюнктурной правки, т. е. обновления ценовых данных. Полезно перед соответствующим уроком узнать, сколько на данный момент стоит соответствующая телеграфная услуга. Можно несколько отвлечься и предложить школьникам составить свои телеграммы и вычислить стоимость их отправки.

Ученики могут заинтересоваться, почему функция называется линейной. Можно им пообещать, что при изучении следующего пункта они догадаются сами. Материал пункта изучается в соответствии с тем, как он излагается в учебнике.

Предметные результаты обучения:

— моделировать реальные зависимости, выражаемые линейной функцией, с помощью формул и графиков;

— интерпретировать графики реальных зависимостей;

— вычислять значения линейной функции.

Метапредметные результаты обучения:

— пользоваться информацией, представленной с помощью графика и таблицы;

— интерпретировать графики реальных зависимостей;

— пользоваться таблицами в реальной жизни.

Цель первого урока: формирование понятия линейной функции, нахождение значений функции, заполнение таблиц значений.

Комментарии. Разбирается задача 1 пункта. При выполнении № 159 (1) ученики либо заполняют таблицу, либо подсчитывают стоимость составленных ими телеграмм.

Разбирается задача 2 пункта, затем заполняется таблица из № 159 (2). Обобщаются данные задачи и вводится понятие линейной функции.

Выполнение заданий № 160 (1. а, б) можно распределить, например, между рядами и устроить небольшое соревнование. Продолжается работа с заполненными в № 160 (2) таблицами.

Функция, которая является математической моделью ситуации, рассмотренной, например, в № 162 (2), задается формулой, и обсуждаются ответы на сформулированные в номере вопросы.

Домашнее задание: 160 (1. в), 162 (1) и ответы на контрольные вопросы пункта.

Цель второго урока: решение задач, сводящихся к составлению линейной функции.

Комментарии. Начинается урок с проверки заполнения таблицы № 160 (1. в) и обсуждения результатов выполнения № 162 (1). На уроке выполняются задания № 163—166.

Дополнить урок можно задачами № 11, 15 из раздела «Практикум по решению текстовых задач».

Домашнее задание: построить график функции $y = 0{,}5x$ и выполнить задания из домашней контрольной работы № 4.

12. График линейной функции (4 ч)

По результатам изучения данного пункта ученики должны знать формулу графика линейной функции, определять по формулам взаимное расположение данных прямых, уметь строить график линейной функции, записывать формулу, пользуясь графиком.

Предметные результаты обучения:

— записывать формулу графика линейной функции;

— показывать схематически положение на координатной плоскости графиков функций вида $y = kx + l$ в зависимости от коэффициентов от k и l;

— строить по двум точкам график линейной функции;

— распознавать виды изучаемых функций;

— по формулам определять взаимное расположение данных прямых;

— задавать формулой функцию, которая изображена;

— использовать компьютерные программы для исследования положения графика функции $y = kx + l$ в зависимости от значения.

Метапредметные результаты обучения:

— пользоваться информацией. представленной с помощью графика и таблицы в реальной жизни;

— интерпретировать графики реальных зависимостей;

— устанавливать соответствие между функцией и ее графиком.

Цель первого урока: формирование умений школьников строить график линейной функции с помощью преобразований; показывать схематически положение на координатной плоскости графиков функций вида $y = kx + l$ в зависимости от коэффициентов от k и b.

Комментарии. В домашней работе школьники построили график функции $y = 0{,}5x$. Сравнивая графики функций $y = 0{,}5x$ и $y = 0{,}5x + 2$ в учебнике, а еще лучше построенные на доске, ученики под руководством учителя приходят к выводу о том, что второй график получается из первого сдвигом вверх на 2 единицы. В тетрадях ученикам можно предложить самостоятельно получить из построенного дома графика $y = 0{,}5x$ график функции $y = 0,5x - 1$. После завершения решения этой задачи к рисунку на доске добавляется график функции $y = 0,5x - 1$ и в результате рассмотрения всех трех графиков формулируются выводы об угловых коэффициентах k и начальных ординатах l.

1. График линейной функции $y = kx + l$ параллелен графику функции $y = kx$ и получается из последнего вертикальным сдвигом на l.

Таким образом, графики всех линейных функций являются прямыми линиями (поэтому функция и называется линейной). Если угловые коэффициенты k линейных функций равны, то их графики параллельны между собой.

2. График функции $y = kx + l$ пересекает ось ординат в точке $(0; l)$, поэтому число l называют начальной ординатой.

Сформулированные выводы применяются во фронтальном решении № 167.

При обсуждении способа построения графика функции $y = 1,5x - 6$ (пример 1 в тексте учебника) формулируется алгоритм построения графика линейной функции.

При обсуждении можно поставить перед учениками вопросы, ответы на которые и приведут к формулировке алгоритма.

1. Является ли данная функция линейной?

2. Чем является график линейной функции?

3. Что надо знать, чтобы провести прямую?

4. Как найти две точки искомой прямой?

5. Какие значения x удобнее выбирать?

В процессе обсуждения школьники не должны делать записи в своих тетрадях, так как весь необходимый материал имеется в учебнике. Работая в тетрадях, им придется рационально подбирать значения x при выполнении заданий № 168 (2) и № 169 (1). Понятно, что ответы на задания, считываемые с графика, являются приближенными.

Домашнее задание: № 168 (1), 169 (2), подумать над № 173 (1—6).

Цель второго урока: знакомство школьников с частными случаями расположения графиков линейной функции в зависимости от коэффициентов.

Комментарии. После проверки № 168 (1) и 169 (2) и обсуждения № 173 (1—6) можно перейти к заданиям № 173 (7—9). Их рассмотрение приводит к частному виду линейной функции, которую в математике часто называют *константой* (постоянной). Графиком этой функции является или прямая, параллельная оси абсцисс, как в № 173 (7, 8), или сама ось абсцисс, как в № 173 (9). Ясно, что при построении таких графиков координаты двух точек находить не следует.

Затем ученикам предлагается проанализировать задание, подумать над планом решения № 171 и после его озвучивания выполнить задания 2 и 4 из этого упражнения. Решение школьники выполняют самостоятельно. После проверки результатов самостоятельной работы учащимся предлагается № 172 (2).

Оставшееся до конца второго урока время посвящается составлению уравнений по условиям текстовых задач в № 178. *Сильным учащимся* можно вместо этого предложить выполнить № 176.

Домашнее задание: выполнить № 171 (1, 3), 172 (1) и подумать над № 174.

Цель третьего урока: формирование умения школьников решать текстовые задачи, сводящиеся к построению графика линейной функции; задавать формулой функцию, график которой изображен на рисунке.

Комментарии. Начинается урок с построения графика функции в № 170 (1) и по графику ученики отвечают на вопросы задания. На основе полученного опыта построения графиков выполняется № 175, в котором требуется схематическое построение графиков. При выполнении № 175 особое внимание следует уделить вопросу о невозможности расположения графика функции в I—IV и II—III координатных четвертях. Ученики должны осознать, почему вертикальная прямая не может служить графиком линейной функции y. Это, кстати, отличает графики линейных функций от графиков линейных уравнений с двумя переменными. к изучению которых школьники перейдут в следующем параграфе.

Затем разбирается пример 2 из данного пункта, затем решаются № 177—180. в которых описываются реальные ситуации, сводящиеся к построению графика линейной функции.

На этом уроке можно провести тест. Полезно использовать один вариант, чтобы разобрать все задания.

ТЕСТ

Запишите номера заданий и буквы правильных ответов.

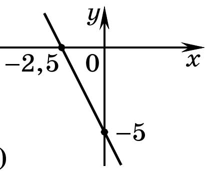
1. Вычислите значения линейной функции $y = -2x + 3$ при $x_1 = -3$ и $x_2 = 5$ и запишите сумму получившихся значений.

а) –10; б) 2; в) 4; г) –2.

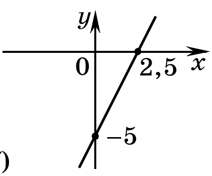
2. Найдите значение аргумента функции $y = -0{,}5x - 3$, при котором значение функции равно –2.

а) 10; б) 0,2; в) –2; г) 2.

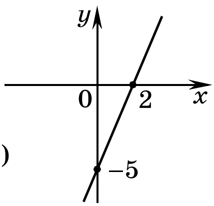
3. Какой из приведенных ниже графиков является графиком функции $y = 2x - 5$?



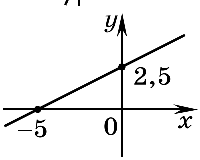
а)



б)



в)



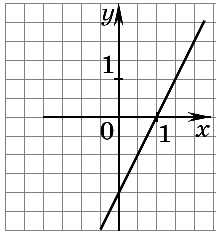
г)

4. Найдите точки пересечения графика функции $y = 2x - 5$ с осями координат.

а) (0; –5) и (–2,5; 0); в) (0; 5) и (–2,5; 0);
б) (0; 5) и (2,5; 0); г) (0; –5) и (2,5; 0).

5. Найдите точку, которая не принадлежит графику $y = 1{,}2x - 6$.

а) $A(0; -6)$; в) $C(-2; 8{,}4)$;
б) $B(5; 0)$; г) $D(4; -1{,}2)$.



6. На рисунке изображен график функции $y = kx + l$. Подберите формулу, задающую эту функцию.

а) $y = 2x - 2$; в) $y = -2x + 2$;
б) $y = 2x + 2$; г) $y = -2x - 2$.

7. Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = -3x + 2$ и $y = 4{,}4 + 5x$.

а) (3,2; 11,6); в) (0,525; –0,425);
б) (–0,3; 2,9); г) (–0,3; –1,9).

8. Туристы за три дня прошли 27 км, причем расстояния, которые они проходили за первый, второй и третий дни, пропорциональны числам 4, 3 и 2. Сколько километров они прошли за второй день?

а) 3 км; б) 6 км; в) 9 км; г) 15 км.

9. Найдите значение углового коэффициента k для функции $y = kx - 1$, если ее график проходит через точку $P\left(\frac{1}{3}; -2\right)$.

а) 3; б) –3; в) $\frac{1}{3}$; г) $-\frac{1}{3}$.

10. График функции $y = ax - 2a + 4$ пересекает ось абсцисс в точке (7; 0). Найдите значение a.

а) 0,8; б) –0,8; в) 0,2; г) –8.

ОТВЕТЫ К ТЕСТУ

1. б). **2.** в). **3.** б). **4.** г). **5.** в). **6.** а). **7.** б). **8.** в). **9.** б). **10.** б).

Домашнее задание. № 178 (2), контрольные вопросы к данному пункту.

Цель четвертого урока: закрепление материала пункта и выполнение заданий аналитически без построения графика линейной функции.

Комментарии. На уроке выполняются № 181—183.

При выполнении задания № 181 (в) школьники могут получить и решить систему уравнений. Однако это лишняя работа. Достаточно сравнить угловой коэффициент данной функции с угловым коэффициентом функции $y = x$ (1) или $y = -x$ (2), графиками которых являются множества точек с удовлетворяющими условию координатами.

На последнем уроке можно провести самостоятельную работу на оценку в двух вариантах.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = \frac{3}{4}x + 7$.

2. По графику найдите абсциссу его точки, ордината которой равна 8,7.

3. Принадлежит ли графику функции точка $A(-16; -5)$?

4. Найдите координаты точек пересечения графика с осями координат.

5. Отметьте на координатной плоскости точки, координаты которых удовлетворяют неравенству $y > \frac{3}{4}x + 7$.

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = -\frac{1}{3}x - 6$.

2. По графику найдите ординату его точки, абсцисса которой равна −5.

3. Принадлежит ли графику функции точка $C(-42; 8)$?

4. Найдите точки пересечения графика с осями координат.

5. Отметьте на координатной плоскости точки, координаты которых удовлетворяют неравенству $y < -\frac{1}{3}x - 6$.

ОТВЕТЫ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

Вариант 1. 2. 2,2. **3.** Да. **4.** $x_1 = 0$, $y_1 = 7$; $x_2 = -9{,}3$, $y_2 = 0$.

Вариант 2. 2. –4,3. **3.** Да. **4.** $x_1 = 0$, $y_1 = -6$; $x_2 = -18$, $y_2 = 0$.

Домашнее задание. № 183 (4), задания из домашней контрольной работы № 4.

13. График линейного уравнения с двумя переменными (4 ч)

В большинстве случаев линейное уравнение с двумя переменными $ax + by = c$ легко приводится к виду $y = kx + l$, т. е. к уравнению, задающему линейную функцию. Строить прямые, являющиеся графиками линейных функций, школьники научились. Однако для построения графика линейного уравнения совсем необязательно его приводить к виду $y = kx + l$, достаточно найти координаты двух точек его графика. Обычно это точки пересечения с осями координат, что и показано в тексте пункта при построении графика линейного уравнения $3x + 2y = 4$ из примера 1. С другой стороны, именно приведение к виду $y = kx + l$ позволяет найти угловые коэффициенты прямых и ответить на вопрос о взаимном расположении графиков линейных уравнений. Умение строить графики линейных уравнений позволяет проиллюстрировать различные случаи, которые могут встретиться при решении систем линейных уравнений с двумя переменными, а также решать приближенно системы графическим способом.

Предметные результаты обучения:

— формулировать определение линейного уравнения;

— строить график линейного уравнения;

— графически решать системы линейных уравнений;

— определять, проходит ли уравнение через заданную точку.

Метапредметные результаты обучения:

— распознать линейные уравнения по формуле;

— сравнивать понятия и графики линейной функции и линейного уравнения.

Цель первого урока: формирование понятия линейного уравнения и графика линейного уравнения; умения строить график линейного уравнения.

Комментарии. После краткого введения, в котором ученики вспоминают, что такое линейное уравнение, рассматривается возможность построения графика линейного уравнения с предварительным преобразованием уравнения к виду $y = kx + l$. Ученики выполняют № 184, 185.

Затем разбираются случаи, когда один из коэффициентов при переменных равен нулю. Формулируется вывод о том, что графиком линейного уравнения первой степени (когда хотя бы один из коэффициентов при переменных отличен от нуля), является прямая. На основании этого рассматривается другой способ построения графика и выполняются № 188 (4—6), 189 (1. а).

Домашнее задание: № 188 (1), 189 (1. б), задача 12 из «Практикума по решению текстовых задач».

Цель второго урока: формирование умения школьников составлять линейное уравнение по условию задания, при нахождении одного из его параметров.

Комментарии. На уроке выполняются упражнения № 191—194, а также 188 (2, 3) и самостоятельная работа.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = \frac{3}{4}x + 7$.

2. По графику найдите абсциссу его точки, ордината которой равна 8,7.

3. Принадлежит ли графику функции точка $A(-16; -5)$?

4. Найдите координаты точек пересечения графика с осями координат.

5. Отметьте на координатной плоскости точки, координаты которых удовлетворяют неравенству $y > \frac{3}{4}x + 7$.

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = -\frac{1}{3}x - 6$.

2. По графику найдите ординату его точки, абсцисса которой равна –5.

3. Принадлежит ли графику функции точка $C(-42; 8)$?

4. Найдите точки пересечения графика с осями координат.

5. Отметьте на координатной плоскости точки, координаты которых удовлетворяют неравенству $y < -\frac{1}{3}x - 6$.

ОТВЕТЫ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

Вариант 1. 2. 2,2. **3.** Да. **4.** $x_1 = 0$, $y_1 = 7$; $x_2 = -9{,}3$, $y_2 = 0$.

Вариант 2. 2. –4,3. **3.** Да. **4.** $x_1 = 0$, $y_1 = -6$; $x_2 = -18$, $y_2 = 0$.

Домашнее задание: исследовательская работа № 3 из учебника.

Цель третьего урока: формирование умения графически решать системы линейных уравнений с двумя переменными.

Комментарии. На уроке разбирается пример 2 из учебника. Формируется умение графически решать системы уравнений при выполнении № 195—198.

При решении № 195 следует подчеркнуть, что рисунок дает только приближенные значения переменных, а значит, найденные значения следует проверить, подставив их в уравнения. Полезно показать аналитический вариант решения № 198(1) и 196 и можно рассмотреть графическую иллюстрацию различных случаев, которые могут встретиться при решении систем двух линейных уравнений с двумя переменными (рис. 40 учебника).

Завершить материал пункта можно частным случаем линейного уравнения $0x + 0y = c$.

Домашнее задание: № 195 (6, 7), 198(2).

Цель четвертого урока: закрепление изученного материала.

Комментарии. Выполняют № 201 устно, № 187, 199—200 письменно. Можно решить № 121 (2) и из раздела «Повторение» № 534.

Домашнее задание: № 117 (2), 196 (4, 6), 198 (2).

Зачет по главе 2 «Функция»

ИНСТРУКЦИЯ К ПРОВЕДЕНИЮ ЗАЧЕТА

Зачет проводится по двум вариантам заданий, которые могут быть записаны на доске или на карточках. Ученики, первыми выполнившие все задания, подходят с работой к учителю. Учитель проверяет работу и задает по ходу проверки теоретические вопросы. Ученики, которые правильно решили все задания и ответили на вопросы учителя, считаются сдавшими зачет и становятся консультантами, которым выдается таблица и список устных вопросов и заданий. Из списка вопросов и заданий помощник задаст один вопрос и оценит ответ на него, так же как и все задания, знаком «+», если ответ или решение верно, или знаком

«–», если задание не выполнено или выполнено неверно.

Остальные ученики могут сдать зачет учителю или консультанту.

Учитель просматривает таблицы у консультантов и оказывает индивидуальную помощь ученикам.

Фамилия, имя	1	2	3	4	5	6
1.						
2.						

ЗАДАНИЯ К ПИСЬМЕННОЙ ЧАСТИ ЗАЧЕТА

Вариант 1

1. Для функции $f(x) = -x(3 - x)$ найдите $f(-2)$.

2. Решите задачу. Масса 15,5 л керосина равна 12,4 кг. Какова масса 20 л керосина?

3. Проходит ли график функции $y = -\frac{5}{7}x$ через точку $A(0{,}7; 0{,}5)$?

4. Существует ли такое значение аргумента x, при котором равны значения функций:

$$y = \frac{2x - 7}{3} \text{ и } y = \frac{3x + 2}{5}?$$

5. Найдите координаты точек, в которых график линейной функции $y = 0{,}15x + 0{,}9$ пересекает оси координат.

6. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12, \\ x + y = 1. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Для функции $f(x) = (x + 1)(x - 2)$ найдите $f(-2)$.

2. Решите задачу. Масса 15,5 л керосина равна 12,4 кг. Какова масса 30 л керосина?

3. Проходит ли график функции $y = -\frac{3}{5}x$ через точку $A(0,5; -0,3)$?

4. Существует ли такое значение аргумента x, при котором равны значения функций:

$$y = \frac{5x + 2}{7} \text{ и } y = \frac{3x - 1}{2}?$$

5. Найдите координаты точек, в которых график линейной функции $y = \frac{3}{7}x + \frac{6}{35}$ пересекает оси координат.

6. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} 2x - 3y = 16, \\ x - y = 3. \end{cases}$$

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ УСТНОЙ ЧАСТИ ЗАЧЕТА

1. В каком случае переменную y называют функцией переменной x? Как при этом называют переменную x?

2. Что называют графиком функции?

3. Какой формулой выражается зависимость между пропорциональными переменными?

4. Приведите примеры пропорциональных переменных.

5. Что представляет собой график функции $y = kx$?

6. Как расположен график функции $y = kx$:

1) при положительном k;

2) при отрицательном k?

7. Какая функция называется линейной?

8. Приведите примеры линейных функций.

9. В чем особенность расположения графиков функции вида $y = kx + l$:

1) при одном и том же k и различных l;

2) при одном и том же l и различных k?

10. Как расположены друг относительно друга графики функций $y = 2x + 3$ и $y = 2x - 5$?

11. Назовите точки пересечения графика $y = 0{,}5x + 1$ с осями координат.

12. Как графически решить систему двух линейных уравнений с двумя переменными?

13. Сколько решений может иметь система двух линейных уравнений с двумя переменными? Приведите примеры.

14. Сколько решений имеет система

$$\begin{cases} x + y = 2, \\ 2x - 2y = 4? \end{cases}$$

Как расположены графики данных функций?

ПОДВЕДЕНИЕ ИТОГОВ ЗАЧЕТА

В этой части урока отмечается, кто сдал зачет на уроке, а кто будет сдавать в следующий раз, какое задание вызвало наибольшие трудности. Обращается внимание учеников на необходимость систематического выполнения заданий после каждого пункта.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Тема «Линейная функция»

Вариант 1

1. Постройте графики функций $y = 5x$ и $y = -3x + 8$. Найдите координаты точки их пересечения.

2. Не выполняя построения графика функции $y = -3x + 4$, определите:

1) координаты его точек пересечения с осями координат; 2) значение функции при $x = -2{,}3$; 3) значение аргумента, при котором $y = -3{,}5$; 4) запишите функцию, график которой параллелен графику функции $y = -3x + 4$ и пересекает ось ординат в точке $B(0;\ 3)$.

3°. Существует ли такое значение аргумента x, при котором значения функций

$$y = \frac{2x+3}{2} \text{ и } y = \frac{5x-1}{3} \text{ равны?}$$

4•. Прямая $y = kx + l$ проходит через точки $A(-3;\ 6)$ и $B(5;\ -2)$. Найдите k и l. Запишите уравнение этой прямой.

Вариант 2

1. Постройте графики функций $y = -2x$ и $y = 3x - 5$. Найдите точку их пересечения.

2. Не выполняя построения графика функции $y = 3x - 4$, определите:

1) координаты его точек пересечения с осями координат; 2) значение функции при $x = -3{,}2$; 3) значение аргумента, при котором $y = 8$; 4) запишите функцию, график которой параллелен графику функции $y = 3x - 4$ и пересекает ось ординат в точке $M(0;\ -5)$.

3°. Существует ли такое значение аргумента x, при котором значения функций

$$y = \frac{3x-2}{2} \text{ и } y = \frac{2x-1}{5} \text{ равны?}$$

4•. Прямая $y = kx + l$ проходит через точки $A(4;\ -6)$ и $B(-8;\ -12)$. Найдите k и l. Запишите уравнение этой прямой.

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 4

Вариант 1. 1. $(1;\ 5)$. **2.** 1) $(0;\ 4)$ и $\left(1\frac{1}{3};\ 0\right)$; 2) $10{,}9$; 3) $2{,}5$; 4) $y = -3x + 3$. **3.** $x = 2\frac{3}{4}$. **4.** $k = -1$; $l = 3$.

Вариант 2. 1. $(1;\ -2)$. **2.** 1) $(0;\ -4)$ и $\left(1\frac{1}{3};\ 0\right)$; 2) $-13{,}6$; 3) 4; 4) $y = 3x - 5$. **3.** $x = \frac{8}{11}$. **4.** $k = 0{,}5$; $l = -8$.

Глава 3
СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

В данной главе изучаются понятия «степень с натуральным показателем», «тождество и тождественные преобразования», свойства степеней с натуральным показателем, действия со степенями на примере действий с одночленами и сокращения дробей.

§ 6. СТЕПЕНЬ И ЕЕ СВОЙСТВА

14. Тождества и тождественные преобразования (2 ч)

В результате изучения данного пункта у учащихся должны быть сформированы понятия тождества, тождественно равных выражений и тождественных преобразований, закреплены свойства арифметических действий.

Предметные результаты обучения:

— формулировать определение тождества, тождественно равных выражений и тождественных преобразований;

— записывать законы арифметических действий в буквенной форме;

— вычислять значения числовых выражений, используя свойства арифметических действий;

— упрощать выражения с переменными, используя тождественные преобразования (раскрывать скобки. приводить подобные слагаемые);

— сокращать алгебраические дроби;

— доказывать тождества.

Метапредметные результаты обучения:

— подводить равенства под понятие тождества.

Цель первого урока: введение понятий тождества, тождественно равных выражений, и повторение свойств арифметических действий и основного свойства дроби.

Комментарии. Начать урок можно с обсуждения № 202 и выписать на доске свойства арифметических действий, которыми ученики пользуются для вычислений. Получатся тождества, у которых множество допустимых значений переменных — все числа. При обсуждении равенств в № 203 выяснится, что в заданиях 1, 2 и 3 при любых значениях переменных получаются верные равенства.

№ 203 (3). $30 - 24y - 30 + 24y = 0$ для любого y. В процессе обсуждения школьники обнаружат, что в первых двух случаях они встретились с применением известных законов арифметических действий, позволяющих раскрывать скобки, т. е. заменять выражение со скобками совершенно равноправным ему выражением без скобок. Отсюда легко перейти к определению тождественно равных выражений и т. д. Понятно, что здесь естественно употребить термин *контрпример*.

Иногда, сравнивая, например, равенства 1 и 3 в № 203, школьники говорят, что первое из них — тождество, а второе — уравнение. Такое сравнение некорректно, так как термины *уравнение* и *тождество* относятся к различным смысловым рядам. Термин *уравнение* используется только в связи с задачей решения уравнения, т. е. равенство становится уравнением только в контексте поиска решений (корней). При этом уравнение может оказаться тождеством, например, при решении уравнения

$$2(x - 3) - 2x + 8 = 2.$$

В № 204 школьники должны привести контрпример.

Желательно, чтобы в задании 6 конкретные значения переменных появлялись в результате рассуждений о знаках левой и правой частей равенства.

В заданиях 7 и 8 можно привести в качестве контрпримера значение $a = 0$.

№ 204—206 (четные номера) позволяют школьникам потренироваться в раскрытии скобок и приведении подобных членов. Учитель имеет возможность проверить, как с этим обстоят дела у его подопечных. Если все в порядке, нет необходимости выполнять все задания.

Домашнее задание: № 101 (1), 205 (нечетные номера), 206 и ответить на контрольные вопросы к пункту.

Цель второго урока: отработка умений тождественных преобразований выражений.

Комментарии. Выполняются задания из № 207—212 (нечетные номера). Полезно на этом уроке предложить тест с выбором ответов.

ТЕСТ

Вариант 1

Запишите номера заданий и буквы правильных ответов.

1. Среди записей укажите равенство, которое не является тождеством.

а) $(-a)b = -ab$;
б) $a + b = ab$;
в) $(a - b) : c = a : c - b : c$, $c \neq 0$;
г) $b + 0 = b$.

2. Укажите распределительный закон умножения относительно вычитания.

а) $(a + b) - c = a + (b - c)$;
б) $(a + b)c = ac + bc$;
в) $(c - d)x = cx - dx$;
г) $(a - b) : c = a : c - b : c$, $c \neq 0$.

3. Укажите неверное равенство.

а) $(-a) : b = -a : b$;
б) $(-b) : 1 = -b$;
в) $0 : (-c) = 0$, $c \neq 0$;
г) $(-a) : (-b) = -ab$.

4. Для выражения $\frac{x-2}{x}$ укажите допустимые значения переменной.

а) $x = 0$;   б) $x \neq 0$;   в) $x \neq 2$;   г) $x \neq -2$.

5. Раскройте скобки

$$-0{,}3c(c^2 - 3c + 5).$$

а) $-0{,}3c^3 + 9c^2 - 15c$;
б) $-0{,}3c^2 + 0{,}9c^2 - 1{,}5$;
в) $-0{,}3c^3 - 0{,}9c^2 + 1{,}5c$;
г) $-0{,}3c^3 + 0{,}9c^2 - 1{,}5c$.

6. Упростите выражение

$$3x^2y - 2xy^2 - 7x^2y - 9xy^2.$$

а) $-15x^2y$; в) $-4x^2y - 11xy^2$;
б) $x^2y - 16xy^2$; г) $-4x^2y + 11xy^2$.

7. Раскройте скобки и приведите подобные члены

$$(2y - 7) - (y - 15).$$

а) $y - 8$; в) $3y + 22$;
б) $y + 8$; г) $y - 22$.

8. При каких значениях переменной выполняется равенство $|x| = -x$?

а) $x = 0$; в) $x > 0$;
б) при всех значениях x; г) $x \leqslant 0$.

Вариант 2

Запишите номера заданий и буквы правильных ответов.

1. Среди записей укажите равенство, которое не является тождеством.

а) $b - 0 = b$; в) $(a - b) \cdot c = ac - b$;
б) $a + b = b + a$; г) $a^2 - ab = a(a - b)$.

2. Укажите распределительный закон деления относительно вычитания.

а) $(a + b) : c = a : c + b : c$;
б) $a - b - c = a - (b + c)$;
в) $(c - d)x = cx - dx$;
г) $(a - b) : c = a : c - b : c$, $c \neq 0$.

3. Укажите неверное равенство.

а) $(-a)b = -ab$; в) $0 \cdot (-c) = 0$;
б) $(-b) \cdot (-1) = -b$; г) $(-a) \cdot (-b) = ab$.

4. Для выражения $\dfrac{x - 2}{x - 3}$ укажите допустимые значения переменной.

а) $x \neq 2$; б) $x \neq 0$; в) $x \neq 3$; г) $x \neq -3$.

5. Раскройте скобки

$$7 - 0{,}1d(10 - 3d^3).$$

а) $7 - 0{,}1d - 3d^3$; в) $7 - d + 0{,}3d^3$;
б) $7 - 10d + 3d^3$; г) $7 - d + 0{,}3d^4$.

6. Упростите выражение

$$2xy - 4xy^2 + 6x^2y - 8xy^2 + 10xy.$$

а) $6xy$; в) $12xy - 12x^2y + 6x^2y$;
б) $12xy + 12x^2y$; г) $12xy + 12x^2y - 6x^2y$.

7. Раскройте скобки и приведите подобные члены

$$(x - 7) - (8 - 3x).$$

а) $x - 7$; в) $-2x - 15$;
б) $4x - 1$; г) $4x + 1$.

8. При каких значениях переменной выполняется равенство $|x| = x$?

а) $x = 0$; в) $x < 0$;
б) при всех значениях x; г) $x \geqslant 0$.

ОТВЕТЫ К ТЕСТУ

Вариант 1. 1. б). **2.** в). **3.** г). **4.** б). **5.** г). **6.** в). **7.** б). **8.** г).
Вариант 2. 1. в). **2.** г). **3.** б). **4.** в). **5.** г). **6.** в). **7.** б). **8.** г).

Домашнее задание. № 207 (2, 4), 208 (2), 209 (2) и здания из домашней контрольной работы № 5.

15. Определение степени с натуральным показателем (3 ч)

Материал пункта носит в основном повторительный характер, так как понятие степени с натуральным показателем знакомо школьникам из курса математики 5—6 классов. Здесь, однако, акцент делается на сравнение степеней и на знак степени отрицательного числа. Кроме того, в этом пункте ученики знакомятся с записью больших чисел в стандартном виде.

Предметные результаты обучения:

— представлять произведение в виде степени и степень в виде произведения;

— вычислять значения числовых выражений, содержащих натуральные степени чисел;

— представлять число в стандартном виде;

— сравнивать степени с разными показателями.

Метапредметные результаты обучения:

— использовать запись числа в стандартном виде при изучении других предметов, понимать эту запись при получении информации из различных источников.

Цель первого урока: отработка понятия степени числа и сравнение степеней.

Комментарии. В начале урока повторяется понятие степени, основания и показателя степени, затем эти понятия закрепляются при выполнении № 213, письменно № 214, 216 (1, 3, 5, 7, 9), 217 (1, 3, 5, 7, 9, 11). Класс работает самостоятельно с частными случаями № 223, а обобщается решение при фронтальном обсуждении с классом № 220. Частные случаи в № 219 (1, 3, 5, 7) ученики рассматривают самостоятельно, а с классом обсуждают № 221.

Домашнее задание: № 216 (2, 4, 6, 8, 10), 217 (2, 4, 6, 8, 10), 219 (2, 4, 6, 8), № 101 (2).

Цель второго урока: формирование умения школьников записывать числа в стандартном виде.

Комментарии. Начать урок полезно с устной работы.

УСТНАЯ РАБОТА

В устную работу включаются следующие задания.

1. Прочитать выражение:

1) x^2; 2) y^3; 3) $(ab)^4$; 4) $c^2 - d^2$; 5) $a^3 + c^3$.

2. Вычислить:

1) 2^5;	3) $-\left(\frac{3}{4}\right)^4$;	5) 0^{100};
2) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$;	4) $(-5)^3$;	6) $(-1)^{51}$.

3. Сравнить:

1) $1{,}3^2$ и $1{,}3$; 3) $0{,}7^3$ и $0{,}7$;

2) $(-4{,}5)^4$ и $(-7{,}7)^5$; 4) 0 и $(-3{,}2)^2$.

Письменно выполнить № 215, 224—226, 234 (1. а, б, 2. а, б), 222.

В № 222 на координатной прямой не изображено число 1 (рис. 43 учебника). Поэтому ученики по рисунку должны определить, не только положительным или отрицательным является число x, но и как по отношению к 1 (или -1) расположены точки A, B и C. Так, на рисунке 43, *а* можно заметить, что точка $C(x^2)$ расположена дальше от нуля, чем точка $B(x^3)$, значит, $|x| < 1$. Поскольку $x^3 < 0$, то и $x < 0$. Окончательно получаем, что точка $A(x)$ расположена левее точки $B(x^3)$. В этом задании ученики могут предположить, что точки B и C равноудалены от нуля, т. е. что 0 является серединой отрезка BC (разница на рисунке достаточно мала). В этом случае получим $x = x^3 = -1$.

Домашнее задание: 228 (1, 2), 229 (1, 2) и задача 17 из раздела «Практикум по решению текстовых задач».

Цель третьего урока: закрепление материала и выполнение оставшихся заданий.

Комментарии. № 233 решается полным перебором, так как понятно, что последняя цифра степени натурального числа определяется последней цифрой самого числа. В задании № 233 (4) этого номера знак «*» относится к вопросу: «Как, используя результат, полученный в задании 3, без полного перебора убедиться в истинности утверждения 4?»

Полезно на уроке выполнить № 234 (1. а, б; 2. а, б).

Может показаться, что для обеспечения работы школьников на протяжении трех уроков упражнений в пункте недостаточно, особенно с учетом того, что все задания решать не нужно. Однако, как мы уже отмечали, в учебнике имеется глава

«Повторение», а также раздел «Практикум по решению текстовых задач». Кроме того, наверняка остались нерешенными и некоторые текстовые задачи из предыдущих пунктов.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант 1

1. Найдите значение выражения $\dfrac{3a^2 - b^3}{3a - b(a + 4b)}$ при $a = 3$, $b = -2$.

2. Запишите в виде равенства, что «квадрат суммы чисел m и n больше разности их квадратов в 2 раза».

3. Не выполняя вычислений, расположите в порядке возрастания следующие числа:

$$(-0{,}4)^3, \quad (-1{,}5)^2, \quad \left(\frac{1}{7}\right)^3, \quad (-7)^3.$$

Вариант 2

1. Найдите значение выражения $\dfrac{(4b - x)b + x}{x^2 + b^3}$ при $b = -3$, $x = 5$.

2. Запишите в виде равенства, что «разность квадратов двух чисел меньше квадрата их разности на 60».

3. Не выполняя вычислений, расположите в порядке убывания следующие числа:

$$\left(-1\frac{1}{3}\right)^3, (-1{,}8)^2, \left(-\frac{3}{7}\right)^3, 2{,}1^2.$$

ОТВЕТЫ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

Вариант 1. **1.** -35. **2.** $(m + n)^2 = 2(m^2 - n^2)$. **3.** $(-7)^3$, $(-0{,}4)^3$, $\left(\frac{1}{7}\right)^3$, $(-1{,}5)^2$.

Вариант 2. **1.** -28. **2.** $x^2 - y^2 + 60 = (x - y)^2$. **3.** $2{,}1^2$, $(-1{,}8)^2$, $\left(-\frac{3}{7}\right)^3$, $\left(-1\frac{1}{3}\right)^3$.

Домашнее задание: решить № 228 (3, 4), 229 (3, 4), 230 (2, 4, 6, 8) и не забыть выполнить задания по данной теме из домашней контрольной работы № 5.

16. Свойства степени (3 ч)

В этом пункте ученики знакомятся с тремя свойствами степени. Степень частного будет изучаться в пункте 18 в связи с сокращением дробей. Заметим, что алгоритмически пункты 16 и 18 близки, поэтому, в частности, формирование навыков применения свойств степени будет осуществляться на протяжении изучения всех трех выделенных пунктов. То, что сформированность соответствующего навыка должна быть достигнута в конце изучения пункта 18, позволяет несколько снизить уровень требований к умениям школьников в пункте 16, а это, в свою очередь, дает возможность экономии учебного времени (можно на изучение пункта 16 отвести два урока вместо трех или использовать этот «лишний» урок на повторение).

Предметные результаты обучения:

— формулировать, записывать в символической форме и обосновывать свойства степени с натуральным показателем;

— применять свойства степени для преобразования выражений, вычислений, решения уравнений и доказательства тождеств;

— умножать числа, записанные в стандартном виде.

Метапредметные результаты обучения:

— составлять и реализовывать план выполнения заданий;

— выполнять творческие задания.

Цель первого урока: формирование умения школьников применять одновременно три свойства степеней.

Комментарии. В начале урока можно предложить трем ученикам записать выражения в виде степени числа a и объяснить, как они это сделали:

$$1)\ a^5 \cdot a^3;\ \ 2)\ (a^5)^3;\ \ 3)\ (ab)^5.$$

Потом попросить учеников записать формулы в общем виде:

$$1)\ a^m \cdot a^n;\ \ 2)\ (a^m)^n;\ \ 3)\ (ab)^n.$$

Три тождества можно вывесить на плакате, написать на классной или интерактивной доске.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$
$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$
$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Перед выполнением серии самостоятельных работ из № 239—245 полезно первые задания разобрать устно. При обсуждении важно требовать от ученика, чтобы он сказал, какую формулу и почему он выбрал, а затем — что у него в результате преобразований получилось. Учащимся следует предложить придерживаться следующего плана при выполнении заданий пункта:

① выбрать формулу;

② сопоставить данное выражение с формулой (определить, какую часть формулы представляет данное выражение);

③ записать другую часть формулы применительно к своим данным.

Организовать закрепление свойств можно в виде серии небольших (по 3—4 задания) самостоятельных работ с фронтальной проверкой результатов после каждой из них. Задания в каждой работе должны охватывать все три формулы, причем соседние задания предполагают использование разных формул. Например, в первую самостоятельную работу можно включить задания 2 из № 239—245. На эту работу отводится 7 минут. После окончания выделенного времени результаты работы фронтально обсуждаются с классом, а ответы записываются на доске. При этом должны активно использоваться термины *произведение степеней, степень произведения* и *степень степени*.

Проблема задания № 243 (3) состоит в том, как представить в виде степени числа 3 число 81.

$$81 = 9^2 = (3^2)^2 = 3^{2 \cdot 2} = 3^4.$$

При выполнении № 244 полезно обратить внимание на то, что при умножении двух чисел, записанных в стандартном виде, порядок произведения (степень числа 10) не всегда оказывается равен сумме порядков множителей. Полезно предложить учащимся сформулировать критерий того, что порядок произведения будет на 1 больше суммы порядков множителей:

$$(a \cdot 10^m)(b \cdot 10^n) = c \cdot 10^{m+n+1}, \text{ если } ab > 10.$$

При этом $c = \dfrac{ab}{10}$.

Понятно, что в следующую самостоятельную работу естественно включить третьи задания из этих же номеров.

В промежутке между самостоятельными работами устно решается № 246 (1, 2).

Серия небольших самостоятельных работ с немедленным обсуждением результатов каждой из них является наиболее эффективной формой отработки различного алгоритмического материала. Важно, что внешне похожие формулы при таком способе изучаются одновременно, и учащиеся должны каждый раз осуществлять сознательный выбор. Это существенно снижает вероятность ошибок школьников по сравнению с вариантом последовательного изучения формул. При составлении заданий самостоятельных работ учитель должен учитывать, какие из заданий вызвали у школьников наибольшие трудности, и включать их аналоги в следующую работу серии. Однако не следует стремиться к 100-процентному выполнению заданий учениками. Уровень сложности работы должен позволять им допускать ошибки, чтобы можно было их в процессе обсуждения осознать.

Если классная доска оборудована боковыми «крыльями», можно предложить отдельным ученикам скрытно от всего класса выполнять задания самостоятельной работы, а затем использовать решения для оперативной проверки результатов всего класса.

Домашнее задание: № 239—246 (4), задача 16 из раздела «Практикум по решению текстовых задач».

Цель второго урока: формирование умения применять свойства степени при выполнении заданий.

Комментарии: В устную работу полезно включить № 255, 256.

В первой серии письменных заданий отрабатывается умение работать с формулой степень степени — это упражнения № 247, 250.

Образцы записи:

№ 247. $2^{20} = (2^2)^{10}$.

№ 248. $3^6 = 3^8 : 3^2 = 6561 : 9 = 729$.

№ 249. $a^{12} = (a^6)^2 = (a^4)^3 = (a^3)^4 = (a^2)^6$.

При сравнении значений выражений № 250 степени нужно привести к одному основанию, например в задании 3:

$$4^{10} = (2^2)^{10} = 2^{20},\ 8^7 = (2^3)^7 = 2^{21},\ 4^{10} < 8^7.$$

При выполнении заданий № 251 (3, 6) следует обратить внимание учеников на неоднозначность ответа, например в № 251 (6):

$$c^{13} = (c^5)^2 \cdot c^3 = (c^2)^2 \cdot (c^3)^3.$$

Большинство заданий этого пункта выполняются устно, но при этом делаются промежуточные записи типа № 252 (10):

$$(a^4y^3)^2 = (a^4)^2(y^3)^2 = a^{4 \cdot 2}y^{3 \cdot 2} = a^8y^6$$

только с целью запоминания формул. В дальнейшем такие задания полезно включать в устные упражнения в начале уроков, приучая школьников к устному выполнению соответствующих преобразований.

В самостоятельную работу полезно включить задания как из № 252, так и из № 254, после их выполнения добавить № 253.

Обсудить план выполнения № 253 (1) с учениками: 1) найти значение выражения; 2) привести число к стандартному виду.

Образец:

$$(3 \cdot 10^4)^3 = 3^3 \cdot 10^{12} = 27 \cdot 10^{12} = 2{,}7 \cdot 10^{13}.$$

Домашнее задание: № 252 (9—12), 254 (9—12), 253 (3, 4), 251 (1, 2), ответить на контрольные вопросы пункта.

Цель третьего урока: формирование умения школьников решать уравнения с использованием свойств степеней и выполнять более сложные задания на закрепление.

Комментарии. На уроке разбираются задания из № 257—266.

Особое место занимает дополнительный вопрос к № 261 о числе делителей. Если ответы на задания № 261 (1. а, б) трудностей вызвать не должны (так, например, в задании б) имеется 12 делителей: 1, 3, 3^2, 3^3, ..., 3^{10} , 3^{11}), то в заданиях в) и г) при получении ответа используются комбинаторные рассуждения. В задании в) каждый делитель числа $2^5 \cdot 3^5$ можно представить в виде произведения множителей ab, где a можно выбрать 6 способами (1, 2, 2^2, ..., 2^5) и b тоже можно выбрать 6 способами (1, 3, 3^2, ..., 3^5). Каждому способу выбора a соответствуют все 6 возможностей выбора b. Всего получается $6 \cdot 6 = 36$ способов выбора ab, т. е. данное число имеет 36 делителей. Аналогично в задании г), заметив, что $10^{10} = 2^{10} \cdot 5^{10}$, получим 121 делитель. Комбинаторное правило, с помощью которого мы нашли ответ в заданиях в) и г), можно сформулировать так: *если первый элемент можно выбрать m, а второй — n способами, то пару этих элементов можно выбрать mn способами*. Это правило называется *правилом* *произведения*, однако следует учесть, что за рамками формулировки правила осталось условие, без выполнения которого правило не «работает»: элементы выбираются независимо, т. е. число возможностей выбора второго элемента не зависит от того, какой элемент был выбран первым.

Домашнее задание: завершить контрольную работу № 5 и сдать на следующем уроке.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Тема «Степень и ее свойства»

Вариант 1

1. Представьте произведение в виде степени и найдите ее значение:

1) $(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)$;

2) $0{,}5^6\cdot 2^6$.

2. Найдите значение выражения $x-5x^3$ при $x=-\dfrac{1}{2}$.

3. Представьте в виде степени с основанием a:

1) $a^{16}\cdot a^{27}$; 2) $(a^{12})^5$.

4°. Сравните значения выражений:

1) 3^5 и 5^3; 3) $(1{,}001)^3$ и $(0{,}9234)^4$;

2) $\left(-\dfrac{1}{3}\right)^5$ и $\left(\dfrac{1}{5}\right)^5$; 4) $3^4\cdot 3^6$ и $2^2\cdot 2^8$.

Вариант 2

1. Представьте произведение в виде степени и найдите ее значение:

1) $(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)$;

2) $4^5\cdot 0{,}25^5$.

2. Найдите значение выражения $2x-3x^3$ при $x=-\dfrac{1}{3}$.

3. Представьте в виде степени с основанием c:

1) $c^{38}\cdot c^{27}$; 2) $(c^{13})^4$.

4°. Сравните значения выражений:

1) 2^7 и 7^2;

2) $\left(-\frac{1}{5}\right)^3$ и $\left(-\frac{1}{5}\right)^4$;

3) $\left(\frac{3}{4}\right)^5$ и $\left(\frac{4}{3}\right)^5$;

4) $3^3 \cdot 2^3$ и 6^7.

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 5

Вариант 1. 1. 1) 64; 2) 1. **2.** $\frac{1}{8}$. **3.** 1) a^{43}; 2) a^{60}. **4.** 1) $3^5 > 5^3$; 2) $\left(-\frac{1}{3}\right)^5 < \left(\frac{1}{5}\right)^5$; 3) $(1{,}001)^3 > (0{,}9234)^4$; 4) $3^4 \cdot 3^6 > 2^2 \cdot 2^8$.

Вариант 2. **1.** 1) 81; 2) 1. **2.** $-\frac{5}{9}$. **3.** 1) c^{65}; 2) c^{52}. **4.** 1) $2^7 > 7^2$; 2) $\left(-\frac{1}{5}\right)^3 < \left(-\frac{1}{5}\right)^4$; 3) $\left(\frac{4}{3}\right)^5 < \left(\frac{4}{3}\right)^5$; 4) $3^3 \cdot 2^3 < 6^7$.

§ 7. ДЕЙСТВИЯ СО СТЕПЕНЯМИ

17. Одночлены (2 ч)

В этом пункте вводятся понятия *одночлена, одночлена стандартного вида, коэффициента одночлена и подобных одночленов*. Отрабатываются навыки приведения одночленов к стандартному виду и приведения подобных одночленов.

Как мы уже отмечали, приводя выражения к одночлену стандартного вида, учащиеся продолжают отрабатывать навыки применения свойств степени. Поэтому серия небольших самостоятельных работ и здесь является оптимальной формой организации изучения материала. Как и в предыдущем пункте, при обсуждении выполнения заданий ученики должны проговаривать свойства степени, которые они использовали.

Общая идея, которая работает и при приведении к одночлену стандартного вида, и при приведении подобных одночленов, — это идея упрощения выражения. Поскольку сама идея весьма проста, а ее реализация в перечисленных случаях основана на знакомом школьникам материале, естественно предложить школьникам самим упростить выражения, а затем уже при подведении итогов ввести соответствующие термины и сформулировать алгоритм (указанный в учебнике) приведения к одночлену стандартного вида. На каждом из двух уроков, отведенных на этот пункт, желательно выделять по 20 минут на повторение или на решение текстовых задач.

Предметные результаты обучения:

— формулировать определение одночлена;

— преобразовывать в одночлен стандартного вида;

— приводить подобные члены в одночлене;

— называть в одночлене стандартного вида его коэффициент и степень;

— вычислять значение одночлена при подстановке значений входящих в него переменных.

Метапредметные результаты обучения:

— составлять план преобразования выражения в одночлен стандартного вида.

Цель первого урока: формирование понятия одночлена стандартного вида и умения школьников приводить выражение к одночлену стандартного вида.

Комментарии. Полезно начать урок с устных упражнений на применение свойств степени № 267—268. Затем обсудить со школьниками фронтально, как можно упростить выражения, рассмотренные в авторском тексте пункта или аналогичные им. В процессе обсуждения ввести новые термины и перейти к выполнению серии самостоятельных работ из № 269—272 (нечетные задания).

В № 272 (5, 6) существует по два варианта одночлена, которым можно заменить букву M — эти одночлены имеют противоположные коэффициенты.

Домашнее задание. № 269—271 (четные задания). Для желающих № 272 (5, 6). Выполнять задания из домашней контрольной работы № 6.

Цель второго урока: формирование умения школьников приводить подобные члены, находить значения одночленов.

Комментарии. На уроке планируется выполнить № 273—277 (нечетные номера).

При решении № 273 полезно предложить сильным ученикам ответить дома на дополнительный вопрос: «Сколькими способами можно представить выражение в виде произведения двух одночленов?» Для этого в задании 6 выражение предварительно приводится к виду: $2^4 \cdot 3^4 \cdot x^8 \cdot y^{12}$. Один из множителей имеет вид $abcd$, где a можно выбрать 5 способами, b — 5, c — 9 и d — 13 способами. По правилу произведения имеем $5 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13 = 2925$. Однако, в отличие от вопроса к № 261, здесь естественно считать, что, например, $(2 \cdot 3 \cdot x \cdot y) \cdot (2^3 3^3 x^7 y^{11})$ и $(2^3 3^3 x^7 y^{11}) \cdot (2 \cdot 3 \cdot x \cdot y)$ — это одно и то же произведение, а значит, мы его сосчитали дважды. Однако это относится не ко всем произведениям, так как среди них есть одно, составленное из двух одинаковых множителей: $2^2 \cdot 3^2 \cdot x^4 \cdot y^6$, понятно, что его мы сосчитали один раз. Таким образом, ответ к заданию: $\frac{2925 - 1}{2} = 1463$ (способами). Аналогично к заданию 5 ответ: 11 способами.

Решить текстовые задачи № 56 (2, 4).

Домашнее задание. Решить задачи № 56 (5, 6), № 273—275 (четные номера), № 273 для желающих.

18. Сокращение дробей (2 ч)

В этом пункте происходит развитие понятия обыкновенной дроби, снимается требование натуральности числителя и знаменателя. Остается единственное ограничение — знаменатель дроби должен быть отличен от нуля, в противном случае говорят, что *дробь не имеет смысла*.

Дроби рассматриваются в курсе 7 класса с целью расширения сферы применения свойств степеней и разложения многочленов на множители, а сокращение дробей с целью упрощения — вполне понятная мотивация изучения материала. Кроме того, введение понятия и основного свойства дроби в 7 классе является пропедевтикой соответствующего материала 8 класса, в котором и будут изучаться дробные выражения.

Предметные результаты обучения:

— формулировать определение степени, показатель которой равен нулю;

— формулировать основное свойство дроби;

— читать и записывать алгебраические дроби;

— сокращать алгебраические дроби;

— находить значения переменных, при которых знаменатель дроби обращается в нуль;

— применять свойства степеней к упрощению дробей, вычислению значений выражений, содержащих алгебраические дроби.

Метапредметные результаты обучения:

— составлять план выполнения задания.

Цель первого урока: повторение основного свойства дроби, введение свойства деления степеней и применения его для сокращения дробей.

Комментарии. В начале урока полезно повторить с учащимися основное свойство обыкновенных дробей и как на основании этого свойства сокращаются обыкновенные дроби на наибольший общий делитель числителя и знаменателя.

Обобщение уже первого рассмотренного в пункте примера приводит к равенству:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad \text{где } m > n,$$

которое является не чем иным, как еще одним свойством степеней с одинаковыми основаниями.

При делении степеней с одинаковыми основаниями показатели степеней вычитаются.

Устно выполняется № 278 (1, 3, 5, 7, 9).

Как и в предыдущих пунктах, изучение материала проводится в форме серии небольших самостоятельных работ.

С1: № 281 (1, 2), 282 (1, 2);

С2: № 282 (5, 6), 283 (1, 2);

С3: 282 (7, 8), 283 (3, 4).

Между самостоятельными работами фронтально разбирается № 279(1, 2, 3, 4).

Домашнее задание: № 281 (3, 4), 282 (9, 10), 283 (5, 6), контрольные вопросы и задания к пункту.

Цель второго урока: формирование вычислительных навыков при работе алгебраическими дробями.

Комментарии. На уроке выполняются задания из № 284—288 (нечетные номера).

Рассматривая № 285, следует обратить внимание школьников на целесообразность приведения степеней к простым основаниям. Например, задание 10) можно выполнить так:

$$\frac{16^9 \cdot 5^{19}}{20^{20}} = \frac{2^{36} \cdot 5^{19}}{2^{40} \cdot 5^{20}} = \frac{1}{2^4 \cdot 5} = \frac{1}{80}.$$

А также полезно рассмотреть задания на доказательство из № 97.

Домашнее задание: закончить выполнение домашней контрольной работы № 6 и сдать на следующем уроке.

Зачет по главе 3 «Степень с натуральным показателем»

ИНСТРУКЦИЯ К ПРОВЕДЕНИЮ ЗАЧЕТА

Зачет проводится по карточкам, включающим теоретические вопросы, на которые ученик отвечает устно, и практические задания, которые выполняются письменно. Карточка включает задания разных уровней. Первые четыре задания проверяют удовлетворительный уровень подготовки учащихся. Выполнение шести заданий оценивается отметкой «4», за семь правильно выполненных заданий выставляется оценка «5». Ученики, первыми выполнившие письменные задания, сдают работу учителю, отвечая на устные вопросы карточки. Ученики, сдавшие зачет, могут принимать зачет у остальных учеников.

Карточка 1

1. Какие выражения называют тождественно равными?

2. Представьте выражение c^3 в виде частного степеней двумя способами.

3. Сократите дробь $\frac{56a^3b^5}{8a^3b^2}$.

4. Преобразуйте в одночлен стандартного вида

$$(-7a^2b^3)(-9ab).$$

5. Решите уравнение $2(x-7)-3(x+8)=21$.

6. Первое число в 3,3 раза больше второго. Если к первому числу прибавить 1,5, а ко второму — 5,4, то получатся равные числа. Найдите эти числа.

7•. Впишите в скобки пропущенные одночлены так, чтобы получилось тождество

$$(\ldots)\cdot(\ldots)^2=-3a^5c^3.$$

Карточка 2

1. Что называется степенью с натуральным показателем?

2. Чему равна степень квадрата одночлена шестой степени?

3. Сократите дробь $\frac{(4c^2d^5)^2}{8c^4d^{11}}$.

4. Преобразуйте в одночлен стандартного вида

$$(-4x^2y^3)^3.$$

5. Решите уравнение $x:\left(\frac{2}{3}\right)^3=\left(\frac{9}{2}\right)^2$.

6. Первое число в 1,5 раза больше второго. Известно, что удвоенное первое число на 12 больше, чем третья часть второго. Найдите эти числа.

7•. Впишите в скобки пропущенные одночлены так, чтобы получилось тождество

$$(\ldots)^2 \cdot (\ldots) = -2a^5c^4.$$

Карточка 3

1. Сформулируйте основное свойство степени.

2. Используя число -5 и переменные a и b, запишите одночлен пятой степени.

3. Сократите дробь $\dfrac{(-x^3)^2 \cdot (x^4)^3}{(-2x^2)^3}$.

4. Преобразуйте в одночлен стандартного вида

$$(-5c^2d^5)^2(-4cd).$$

5. Решите уравнение $5^x : 5^7 = 5^{10}$.

6. Сумма двух третей неизвестного числа и его половины на 9 больше самого неизвестного числа. Найдите это число.

7•. Впишите в скобки пропущенные одночлены так, чтобы получилось тождество

$$(\ldots)^3 \cdot (\ldots) = -7b^5c^6.$$

Карточка 4

1. Объясните, как произведение одночленов преобразовать в одночлен стандартного вида.

2. Запишите результат вычислений $(7 \cdot 10^9)^2$ в виде $a \cdot 10^n$, где $1 \leqslant a < 10$.

3. Сократите дробь $\dfrac{-6^3(-y^5)^7(-2y)^2}{(3y)^5}$.

4. Преобразуйте в одночлен стандартного вида

$$(-0{,}2x^3y^4)^2(-5xy).$$

5. Решите уравнение $3^{2x} \cdot 3^3 = 3^5$.

6. Сумма одной трети числа и одной четверти неизвестного числа на 5 меньше его половины. Найдите это число.

7•. Впишите в скобки пропущенные одночлены так, чтобы получилось тождество

$$(\ldots)^2 \cdot (\ldots)^3 = -36a^6c^9.$$

Карточка 5

1. Сформулируйте основное свойство дроби.

2. Представьте выражение $(25 \cdot 125)^3$ в виде степени числа 5.

3. Сократите дробь $\left(-\dfrac{3a^6b^{10}}{6a^7b^5}\right)^7$.

4. Преобразуйте в одночлен стандартного вида

$$-2ac^2d \cdot 5a^3d^2 \cdot (-0{,}1a^2cd)^2.$$

5. Решите уравнение $\dfrac{(x^7)^2 \cdot (x^5)^3}{(x^3)^9} = 81$.

6. Сумма трех чисел равна 195. Второе число составляет $\dfrac{3}{5}$ от первого, а первое число меньше третьего в 2,3 раза. Найдите эти числа.

7•. Впишите в скобки пропущенные одночлены так, чтобы получилось тождество

$$(\ldots)^3 \cdot (\ldots)^4 = -432a^{12}c^{16}.$$

ОТВЕТЫ К ЗАЧЕТУ

Карточка 1. 4. $7b^3$. **5.** $63a^3b^4$. **6.** $x = -59$. **7.** 6,9 и 3. **8.** Например, $(-ac)^3(3a^2) = -3a^5c^3$.

Карточка 2. 4. $\dfrac{2}{d}$. **5.** $-64x^6y^9$. **6.** $x = 6$. **7.** 6,75 и 4,5. **8.** Например, $(a^2c^2)^2(-2a) = -2a^5c^4$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

Тема «Действия со степенями»

Вариант 1

1. Вычислите $\dfrac{(5^6)^7 \cdot 5^4}{5^{43}}$.

2. Упростите выражение $\dfrac{(2cx^3)^2 \cdot 8c^5y}{(4c^2y)^3}$.

3. Представьте в виде одночлена стандартного вида выражение

$$\left(-\frac{3}{5}a^3x^4\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}ax\right)^3.$$

4•. Впишите в скобки пропущенные одночлены так, чтобы получилось тождество

$$(\ldots)^2(\ldots)^3 = -9a^6y^8z^{12}.$$

Вариант 2

1. Вычислите $\dfrac{7^5 \cdot (7^8)^7}{7^{59}}$.

2. Упростите выражение $\dfrac{27a^7b^3 \cdot (3a^2c)^3}{(27bc^2)^2}$.

3. Представьте в виде одночлена стандартного вида выражение

$$\left(1\frac{3}{7}b^2x^3\right)^2 \cdot \left(-\frac{7}{10}bx^2\right)^3.$$

4•. Впишите в скобки пропущенные одночлены так, чтобы получилось тождество

$$(\ldots)^2(\ldots)^3 = -8x^5y^6z^9.$$

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 6

Вариант 1. 1. 125. **2.** $\dfrac{cx^6}{2y^2}$. **3.** $-\dfrac{8}{75}a^9x^{11}$.
4. $(3a^3y^4)^2(-z^4)^3$, или $(3y^4z^6)^2(-a^2)^3$, или $(3y^4)^2(-a^2z^4)^3$.

Вариант 2. 1. 49. **2.** $\dfrac{a^{13}b}{c}$. **3.** $-0,7b^7x^{12}$.
4. $(xy^3)^2(-2xz^3)^3$ или $(x)^2(-2xy^2z^3)^3$.

Глава 4
МНОГОЧЛЕНЫ

В данной главе формируется понятие многочлена, умения перемножать многочлены и разлагать многочлены на множители, использовать формулы сокращенного умножения.

§ 8. ПРОИЗВЕДЕНИЕ ОДНОЧЛЕНА И МНОГОЧЛЕНА

19. Понятие многочлена (2 ч)

В этом пункте, кроме знакомства школьников с термином *многочлен*, проводится тренировка в раскрытии скобок, заключении в скобки и приведении подобных членов. Особое внимание, конечно, следует уделить случаям, когда перед скобкой стоит знак «−».

Предметные результаты обучения:

— различать и называть одночлены и многочлены;

— приводить многочлены к стандартному виду;

— применять правила раскрытия скобок;

— называть члены многочлена стандартного вида и его степень.

Метапредметные результаты обучения:

— понимать задание и составлять план его выполнения.

Цель первого урока: формирование понятия многочлена, стандартного вида многочлена, степени многочлена, умения преобразовывать выражение к многочлену стандартного вида.

Комментарии. На уроке разбирается материал пункта до второго примера и выполняются упражнения № 289—293, 297, 298.

Перед письменным выполнением заданий 1—3 из № 289 сначала следует разобрать номер устно, составить план выполнения задания 1, затем письменно выполнить. Затем также разобрать выполнение № 290, задание 1 выполнить устно, а задания 2 и 3 — письменно.

Задание № 291(3, 4) разобрать фронтально с классом, необходимые записи делать на доске, а задания № 292(1—4) — письменно, можно и на оценку.

Дать образец выполнения задания № 293 (4) и выполнить № 293 (1, 2) письменно.

Образец оформления № 293 (4):

$$9\,500\,501 = 9 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^2 + 1,$$
$$9x^6 + 5x^5 + 5x^2 + 1.$$

В этом пункте ученики снова встречаются с представлением числа в виде суммы разрядных слагаемых. Задача № 293 показывает связь такого представления числа с понятием многочлена стандартного вида. Чаще всего неизвестное число в задачах обозначается буквой. Если число натуральное, обычно используют букву n. Однако, если речь идет о неизвестных цифрах записи числа, их обозначают буквами x, y, z и записывают число в виде суммы разрядных слагаемых, например:

$$\overline{xyz} = 100x + 10y + z.$$

В № 302 школьники встречаются с обоими случаями обозначения числа. Так, в заданиях 1—3 наименьшее из чисел обозначается буквой n. В задании 4 речь идет о двух последовательных натуральных числах. Вспомнив, что формула нечетного числа имеет вид $2n - 1$, так и обозначим меньшее из чисел. Тогда следующее нечетное число будет $2n - 1 + 2 = 2n + 1$. В заданиях 5 и 6 цифры чисел обозначаются буквами x и y, так, например, в задании 5 запишем:

$$(10x + y) + (10y + x) = 11x + 11y = 11(x + y).$$

Если останется время на уроке, то аналогично строится работа с № 297 (2), 298 (1).

Домашнее задание: № 289 (4, 5), 297 (3, 6), 298 (2), для желающих № 311, 312.

Цель второго урока: отработка умения преобразования суммы и разности многочленов в многочлен стандартного вида и использование данных преобразований при решении линейных уравнений, а также их систем и нестандартных заданий.

Комментарии. Устно выполняется № 306. По мотивам домашнего задания проводится тест на установление истинности утверждений.

ТЕСТ

Запишите числовой код, составленный из номеров верных утверждений.

1. $7(a+8c^2)=7a+56c^2$.

2. $-10(1{,}9-0{,}3b)=-19-3b$.

3. $2p-(7p^2+p)=p-7p^2$.

4. $a(5a+23a^5)=5a^2+23a^6$.

5. $0{,}1b(70b-67b^7)=7b^2-6{,}7b^8$.

6. $dc(dc+3d^2c-4dc^2)=d^2c^2+3d^3c^2-4d^2c^3$.

7. $-\frac{2}{7}c^2(2-3c-7c^2)=-\frac{4}{7}c^2+\frac{6}{7}c^3-2c^4$.

8. Число 5 — корень уравнения

$$\frac{x+1}{3}-\frac{5x-1}{2}=-10.$$

ОТВЕТ К ТЕСТУ: 134 568.

Письменно выполняется № 294. Необходимо выполнить все задания, так как в задании 1 нет корней, в задании 2 один корень, в задании 3 бесконечное множество корней. Делается вывод, что при решении линейных уравнений может быть один корень, бесконечно много корней или вообще не быть корней. Затем самостоятельно ученики решают уравнение 1 из № 295. С классом фронтально разбирается пример 2 данного текста, после чего школьники самостоятельно выполняют № 296 (1).

№ 299 (1) выполняется самостоятельно, № 300 (1) — фронтально, № 303 (1) — самостоятельно, 301 (1) — фронтально, № 304 (1) — самостоятельно, № 307 (1) — фронтально, 310 (1) — самостоятельно, № 309 (1) — фронтально и т. д.

Домашнее задание: № 299 (2), 303 (2), 304 (2), 310 (2), для желающих № 314, 315, задания из домашней контрольной работы № 7.

20. Преобразование произведения одночлена и многочлена (3 ч)

В этом пункте формируется умение школьников умножать одночлен на многочлен и применять это умение при выполнении разнообразных заданий.

Предметные результаты обучения:

— преобразовывать произведение в многочлен стандартного видм;

— раскрывать скобки, приводить подобные слагаемые;

— применять произведение одночлена на многочлен при упрощении выражений, решении уравнений, системы уравнений и решении текстовых задач.

Метапредметные результаты обучения:

— переводить условие текстовых задач на математический язык, составляя уравнения или системы уравнений.

21. Вынесение общего множителя за скобки (3 ч)

В этом пункте формируется умение школьников выносить общий множитель за скобки.

Обе указанные в названиях пунктов операции основываются на одном и том же распределительном свойстве умножения. Как и во многих других случаях, изучение прямого и обратного действия полезно проводить совместно. Умножение одночлена на многочлен и, хотя и в несколько меньшей мере, вынесение за скобки — действия алгоритмические, а значит, их отработку лучше проводить в форме небольших самостоятельных работ.

Предметные результаты обучения:

— выносить общий множитель за скобки;

— раскладывать многочлен на множители;

— сокращать дроби;

— вычислять значения многочлена с помощью калькулятора.

Метапредметные результаты обучения:

— пользоваться калькулятором для вычислений.

Цель первого урока: формирование умений преобразовывать произведение одночлена и многочлена и вынесение общего множителя за скобки.

Комментарии. Сразу после рассмотрения со школьниками одного примера на приведение произведения к многочлену стандартного вида можно предложить им выполнить самостоятельно, например № 318 (1, 2). При проверке следует, во-первых, обратить внимание на перемену знаков в задании 3 и, во-вторых, показать, что можно осуществить проверку умножения, попробовав вернуть выражению первоначальный вид, т. е. выполняя обратное преобразование.

Можно предложить ученикам в выражениях: 1) $x^2 - 2x$; 2) $2a^3 + 8a^2 - 6a$ выделить будущие множители — одночлен и многочлен. Эти задания выполняются и обсуждаются устно.

Одновременно вводятся термины *общий множитель* и *вынесение общего множителя за скобки* и рассматриваются примеры 1 и 2 из пункта 21. Затем предлагается серия самостоятельных работ, составленных из упражнений № 318, 319, 331—333.

Задания № 331 (1—6) полезно разбирать устно и по ходу делать краткие записи, которые останутся образцом для выполнения заданий 10, 12. Устно выполняются задания № 332 (1—3), письменно — № 332 (7—9).

Между проверкой одной самостоятельной работы и формулировкой заданий следующей можно фронтально разобрать № 339.

При обсуждении результатов выполнения работ формулируются приведенные в учебнике правила и алгоритмы.

Домашнее задание: № 318 (6, 7), 319 (6, 7), 332 (10—12).

Цель второго урока: основное внимание уделяется алгоритму решения уравнений, первым шагом которого является освобождение от знаменателей с помощью умножения уравнения на общее кратное знаменателей.

Комментарии. Устно выполняются № 330, 331 (7—9).

Разбирается пример 1 из пункта 20. Подойти к решению уравнений № 322 (1, 3, 5) можно, рассмотрев предварительно № 321 (1, 2), в котором множители сокращаются со знаменателями дробей.

На этом же уроке полезно рассмотреть со школьниками первую задачу из № 324.

Р е ш е н и е. *Способ 1*. Как известно, большинство школьников склонно обозначать буквой x ту величину, которую требуется найти. В данном случае — это расстояние между селом и городом. После перевода 1 ч 15 мин в $\frac{5}{4}$ ч получается уравнение: $\frac{x}{\frac{5}{4}} - \frac{x}{\frac{3}{2}} = 10$ или $\frac{4}{5}x - \frac{2}{3}x = 10$,

$$12x - 10x = 150,\ 2x = 150,\ x = 75\ (\text{км}).$$

Способ 2. Однако можно рассуждать по-другому. Поскольку расстояние в обоих случаях одно и то же, то скорость и время движения обратно пропорциональны. Обозначив скорость грузовой машины на пути из города в село буквой x, получим:

$$\frac{6}{4}(x - 10) = \frac{5}{4}x,\ 6(x - 10) = 5x,\ x = 60\ (\text{км/ч}).$$

Искомое расстояние $S = \frac{5}{4} \cdot 60 = 75$ (км).

При рассмотрении первого способа следует обратить внимание на преобразование дробей, знаменатели которых являются дробями.

Д о м а ш н е е з а д а н и е № 324 (2), № 322 (2, 4, 6).

Цель третьего урока: вынесение многочлена как общего множителя за скобки и сокращение дробей.

Комментарии. Можно начать изучение материала с № 320 (1, 2), затем разобрать пример 3 из пункта 21 и выполнить задания № 334 (1, 2, 7, 8, 9, 10).

Затем внимание учеников обращается на пример 4 из пункта 21, после разбора которого им предлагается серия самостоятельных работ.

С1: № 335 (1, 2), 336 (1), 337 (1).

С2: № 335 (3, 7), 336 (2), 337 (2).

С3: № 336 (3, 4), 337 (3, 4).

Между самостоятельными работами рассматривается № 328 и решается задача № 325 (1). Особое внимание следует уделить случаю, когда дроби сокращаются на двучлен с переменой знака.

Домашнее задание: № 320 (3), 325 (2), 336 (5, 6), 337 (5, 6), ответить на контрольные вопросы пункта 20.

Цель четвертого урока: решение уравнений и систем уравнений методом разложения многочлена на множители.

Комментарии. Устно выполняется № 334 (3—6).

Разбирается с классом пример 5 пункта 21, выполняются задания № 340 (1, 2, 5), повторяется алгоритм решения уравнений № 322 (7, 8), решаются две системы уравнений из № 323 (1, 2), затем задача с составлением уравнения в № 326 (1).

Повторяется материал при решении № 334 (11, 12), 335 (4, 5).

Домашнее задание: № 326 (2), 322 (8), 340 (3, 4), для желающих № 339 (5, 6), ответить на контрольные вопросы пункта 21.

Цель пятого урока: изучение преобразования многочленов к виду, удобному для вычислений — пропедевтика схемы Горнера, с которой школьники познакомятся в 8 классе.

Комментарии. Разбирается пример 6 пункта 21, выполняются аналогичные ему задания из № 341 (1, 3, 5).

Для закрепления материала предлагаются задания № 318 (8), 319 (8), 321 (3), 323 (3), 334 (11, 12).

Затем решаются задачи № 327 (1), 329. На уроке можно провести самостоятельную работу или тест из дидактических материалов.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант 1

1. Преобразуйте в многочлен произведение

$$10a^3b^2(2a^2b - 5ab^3 + b^4).$$

2. Решите уравнение

$$\left(\frac{5}{8}x - 3\right) \cdot 16 - 3(2x - 23) = 17.$$

Вариант 2

1. Преобразуйте в многочлен произведение

$$5c^3d^4(3cd^2 - 7c^2d - c^3).$$

2. Решите уравнение

$$\left(\frac{6}{7}x - 4\right) \cdot 14 - 5(21 - 3x) = -188.$$

ОТВЕТЫ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

Вариант 1. 1. $20a^5b^3 - 50a^4b^5 + 10a^3b^6$. **2.** $x = -1$.
Вариант 2. 1. $15c^4d^6 - 35c^5d^5 - 5c^6d^4$. **2.** $x = -1$.

Домашнее задание: № 342 (1), 327 (2), 334 (13, 14), задания из контрольной работы № 7.

Цель шестого урока: закрепление материала пунктов 20, 21.

Комментарии. Выполнить на уроке № 323 (4), 321 (4), 322 (10), 335 (6, 8), 338 (1, 2).

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7

Тема «Произведение одночлена и многочлена»

Вариант 1

1. Приведите к стандартному виду многочлен

$$0{,}5p(4p^3 + 2a) - a(2p - a^2) - 2p^4.$$

2. Разложите на множители выражение:
1) $25x^6 - 15x^3y$; 2) $2a(a-1)+3(a-1)$.

3. Сократите дробь $\dfrac{15a-10b}{200b-300a}$.

4. Решите уравнение $18x - 6x^2 = 0$.

5•. Впишите пропущенные одночлены так, чтобы получилось тождество

$$(4x^2 + \ldots - 7) - (\ldots + x - \ldots) = x^2 + 2x + 1.$$

Вариант 2

1. Приведите к стандартному виду многочлен

$$p(2p^2+3n) - 0{,}25n(4p-8n) - 2n^2.$$

2. Разложите на множители выражение:
1) $12a^5b - 16a^{10}$; 2) $5y(x+y)+x(x+y)$.

3. Сократите дробь $\dfrac{25a^2-20ab}{15ab-12b^2}$.

4. Решите уравнение $4x^2 + 16x = 0$.

5•. Впишите пропущенные одночлены так, чтобы получилось тождество

$$(\ldots - 9x + 2) + (2x^2 + \ldots - \ldots) = x^2 + 2x + 1.$$

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 7

Вариант 1. 1. $a^3 - pa$. **2.** 1) $5x^3(5x^3 - 3y)$; 2) $(a-1)(2a+3)$. **3.** $-0{,}05$. **4.** 0 и 3. **5.** $(4x^2+3x-7)-(3x^2+x-8)=x^2+2x+1$.

Вариант 2. 1. $2p^3 + 2pn$. **2.** 1) $4a^5(3b-4a^5)$; 2) $(x+y)(5y+x)$. **3.** $\dfrac{5a}{3b}$. **4.** 0 и -4.

5. $(-x^2-9x+2)+(2x^2+11x-1)=x^2+2x+1$.

Домашнее задание: № 338 (3, 4).

§ 9. ПРОИЗВЕДЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

22. Преобразование произведения двух многочленов (3 ч)

В этом пункте начинает формироваться навык умножения многочлена на многочлен. Как обычно, при формировании навыков большинство упражнений стандартны и обучение проводится в форме серии небольших самостоятельных работ. На этапе проверки каждой из них полезно требовать от учеников озвучивания правила умножения многочлена на многочлен.

Предметные результаты обучения:

— преобразовывать произведение многочлена в многочлен стандартного вида;

— раскрывать скобки;

— приводить подобные слагаемые;

— применять свойства степеней;

— применять преобразования для упрощения выражений, доказательства тождеств и др.

Метапредметные результаты обучения:

— составлять план выполнения заданий;

— выполнять нестандартные задания.

Цель первого урока: формирование умения школьников преобразовывать произведение двучленов в многочлен стандартного вида.

Комментарии. В начале урока, как это и предложено в учебнике, можно рассмотреть геометрическую задачу, приводящую к умножению двучленов. В этом случае обязательно следует обсудить вопрос о том, почему на основании геометрического решения нельзя утверждать, что полученное равенство $(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd$ является тождеством, а затем разобрать пример пункта.

Закрепление проводится в виде серии самостоятельных работ, разнообразить работу можно с помощью включения заданий, приводящих выражения $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $(a + b)(a - b)$ к многочлену стандартного вида.

С1: № 343 (1, 2), 346 (1, 2).

С2: № 343 (5, 6), 346 (3, 4).

С3: № 343 (8, 9), 349 (1), 350 (1).

С4: № 344 (1, 3), 349 (2), 350 (2).

При проверке результатов выполнения **№ 346 (3, 4)** следует показать, как использовать подстановку в полученные в заданиях 1 и 2 этого номера тождества. Можно отметить, что с этими тождествами ученики будут еще много раз встречаться. Полезно также предложить школьникам прочитать полученные в № 346 равенства.

Между самостоятельными работами можно рассмотреть с классом № 352, а также составить уравнение к задаче № 353 (1), решение, естественно, предложить выполнить дома.

Домашнее задание: № 343 (3, 7, 10), 349 (3), 353 (1, 2).

Цель второго урока: формирование умения школьников преобразовывать произведения трехчлена на двучлен.

Комментарии. В устную работу полезно включить вопросы.

1. Является ли многочленом произведение: 1) двух; 2) трех; 3) n многочленов?

2. Является ли многочленом:

1) квадрат; 2) куб; 3) n-я степень многочлена?

Обоснованием утвердительного ответа на вопрос 1 будет являться само правило умножения многочлена на многочлен, для ответа на вопрос 2 сначала отмечается, что произведение первых двух множителей является многочленом, а затем снова идет ссылка на правило. Аналогично при перемножении n многочленов их сначала разбивают на пары, каждая из которых дает многочлен, затем снова и снова, пока не получится один многочлен, который и является ответом.

Серия самостоятельных работ может быть такой.

С1: № 344 (9, 10), 345 (1), 347 (1).

С2: № 345 (2), 347 (2), 350 (3).

С3: № 350 (4), 351 (1).

При проверке № 347 полезно прочитать полученные в результате преобразований многочлены.

Между самостоятельными работами разбирается № 353 (3, 5). При составлении уравнений по условиям указанных задач полезно предложить школьникам сделать рисунки и, конечно, изобразить их на классной доске.

Домашнее задание: № 350 (4), 351 (2), 353 (4), ответить на контрольные вопросы.

Цель третьего урока: закрепление изученного в данном пункте материала.

Комментарии. В устную работу включается № 354, в письменную самостоятельную работу — № 343 (11, 12), 347 (3, 4), 349 (3, 4), 353 (3, 4). Между самостоятельным выполнением заданий проводится фронтальная работа с классом по решению № 352, 353 (5, 6).

Можно предложить тест № 21 или самостоятельную работу № 21 из дидактических материалов.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

1. Преобразуйте в многочлен стандартного вида

$$(2a - 3b^3)(0,5b + 4a^2).$$

2. Решите задачу составлением уравнения. Найдите четыре последовательных натуральных числа, если известно, что произведение двух больших чисел отличается от произведения двух меньших на 58.

Вариант 2

1. Преобразуйте в многочлен стандартного вида

$$(5c^2 + 0,3d)(9c - 7d^2).$$

2. Решите задачу составлением уравнения. Найдите три последовательных четных числа, если известно, что произведение двух больших чисел отличается от квадрата меньшего числа на 188.

ОТВЕТЫ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

Вариант 1. 1. $ab - 1,5b^4 + 8a^3 - 12b^3a^2$. **2.** 13. 14. 15. 16.

Вариант 2. 1. $45c^3 + 2,7dc - 35c^2d^2 - 2,1d^3$. **2.** 30. 32. 34.

Домашняя работа: выполнить задания из домашней контрольной работы № 8.

23. Разложение на множители способом группировки (2 ч)

В этом пункте получает свое развитие навык вынесения за скобки общего множителя, который включается в более сложную процедуру разложения на множители способом группировки.

Обязательно надо подчеркнуть, что *не каждый многочлен можно разложить на множители*. Для этого уже на начальном этапе лучше формулировать задание так: «Разложите на множители, если возможно, многочлен...» и включать в самостоятельные работы многочлены, которые не раскладываются на множители. Такие многочлены можно получить из примеров учебника, изменяя один коэффициент или один знак. При этом можно «портить» многочлены, которые ученики разложили на множители в предыдущей самостоятельной работе.

Предметные результаты обучения:

— раскладывать многочлен на множители способом группировки;

— применять разложение многочлена на множители для вычислений, сокращения дробей и решения задач.

Метапредметные результаты обучения:

— составлять план выполнения заданий;

— решать нестандартные задания.

Цель первого урока: формирование умения школьников раскладывать многочлен на множители способом группировки.

Комментарии. На этом уроке серии самостоятельных работ составляются из № 355—360, решаются задачи 364 (1, 2), из заданий данных номеров составляется домашнее задание.

Домашнее задание: № 355 (2, 4), 356 (2, 4), 357 (2, 4).

Цель второго урока: формирование умения школьников применять разложение многочлена на множители для решения уравнений, сокращения дробей и решения задач.

Комментарии. Выполняются задания из № 361—363, 364 (3, 4), 365.

Между самостоятельными работами рассматриваются задания № 363 и переводятся на математический язык (составляются уравнения или системы уравнений) условия задачи № 364.

Рассмотрим, как выполняется, например, задание № 363 (3):

$$24a^4 - 18a^3 - 4ab^3 + \ldots = (\ldots - \ldots)(\ldots - \ldots).$$

Попробуем группировать первый член многочлена со вторым, а третий с четвертым, тогда в первой паре можно будет вынести за скобки $6a^3$:

$24a^4 - 18a^3 = 6a^3(4a - 3)$, а для второй пары имеем: $4ab^3 - \ldots = \ldots\ (4a - 3)$, откуда находим, что во второй паре должно быть вынесено за скобки b^3:

$4ab^3 - \ldots = b^3(4a - 3)$. Отсюда видно, что четвертый член многочлена равен $3b^3$, и окончательно получаем: $24a^4 - 18a^3 - 4ab^3 + 3b^3 = (4a - 3)(6a^3 - b^3)$.

В *сильном классе* можно дополнительно познакомить школьников и с более сложными случаями группировки. Так, например, *на завершающем этапе работы* с материалом пункта полезно рассмотреть со школьниками примеры типа:

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 - 3x - 2x + 3 =$$
$$= x(2x - 3) - (2x - 3) = (2x - 3)(x - 1),$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + ab + ab + b^2 =$$
$$= a(a + b) + b(a + b) = (a + b)(a + b) = (a + b)^2.$$

Домашнее задание: № 366, завершить выполнение домашней контрольной работы № 8, которую сдать на следующем уроке.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8

Тема «Произведение многочленов»

Вариант 1

1. Приведите к стандартному виду многочлен

$$(a - 2)(2 + a) - 2(a^2 - a).$$

2. Разложите на множители выражения:

1) $3x^3y + 6x^2 + 3xy^3$;

2) $x^2(3 + 2x) - x(2x + 3)^2$.

3. Решите уравнение $2x^2 - 4x + x - 2 = 0$, раскладывая его левую часть на множители.

4. Решите задачу.

За 7 книг и 5 альбомов заплатили 460 р. Сколько стоит книга и сколько альбом, если альбом дороже книги на 20 р.?

5•. Впишите пропущенные одночлены так, чтобы получилось тождество

$$2a^2 - 3ab + 2ab^2 - \ldots = (2a - 3b)(\ldots + \ldots).$$

Вариант 2

1. Приведите к стандартному виду многочлен

$$(3 + b^2)(b^2 - 3) - (b^2 - 2) \cdot b^2.$$

2. Разложите на множители выражения:

1) $6a^3b^2 + 12a^2b^3 + 6ab^4$;

2) $a(a - 5)^3 + a^2(a - 5)^2$.

3. Решите уравнение $3x - 6 + x^2 - 2x = 0$, раскладывая его левую часть на множители.

4. Решите задачу.

На турбазе имеется всего 25 палаток, часть из которых двухместные, а остальные четырехместные. Все 70 мест в палатках занимают туристы. Сколько на турбазе двухместных и сколько четырехместных палаток?

5•. Впишите пропущенные одночлены так, чтобы получилось тождество

$$6a^3 - 15a^2b + \ldots - 35b^2 = (\ldots - \ldots)(3a^2 + 7b).$$

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 8

Вариант 1. **1.** $-a^2 + 2a - 4$. **2.** 1) $3x(x^2y + 2x + y^3)$; 2) $-x(3 + 2x)(x + 3)$. **3.** 2 и $-0{,}5$. **4.** 30 р. книга, 50 р. альбом. **5.** $2a^2 - 3ab + 2ab^2 - 3b^3 = (2a - 3b)(a + b^2)$.

Вариант 2. **1.** $2b^2 - 9$. **2.** 1) $6ab^2(a^2 + 2ab + b^2) = 6ab^2(a + b)^2$; 2) $a(a - 5)^2(2a - 5)$. **3.** 2 и -3. **4.** 15 палаток 2-местных, 10 палаток 4-местных. **5.** $6a^3 - 15a^2b + 14ab - 35b^2 = (2a - 5b)(3a^2 + 7b)$.

§ 10. ФОРМУЛЫ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

24. Квадраты суммы, разности и разность квадратов (4 ч)

При изучении материала пункта полезно выделять часть времени урока на итоговое повторение курса. С этой целью в домашние задания включаются повторительные упражнения из главы 6, выполнение которых обсуждается в начале каждого урока.

Сначала несколько слов о тождествах сокращенного умножения. В программу курса средней школы входят тождества, имеющие названия: *разность квадратов*, *квадрат разности*, *квадрат суммы* (последние два часто объединяются названием *квадрат двучлена*), *куб разности* и *куб суммы*. В курсе 7 класса целесообразно ограничиться рассмотрением первых трех из них. Такое разбиение, во-первых, несколько разгружает учащихся, испытывающих к концу года понятную интеллектуальную усталость, и, во-вторых, в начале 8 класса изучение новых формул позволит повторить идеи использования тождеств сокращенного умножения, что вызовет у школьников большую познавательную активность, чем просто повторение уже изученного.

Заданий в данном пункте больше, чем требуется для отработки материала, поэтому некоторые задания можно использовать при изучении следующего пункта.

Изложение материала основано на идее интеграции однородного материала, когда все рассматриваемые тождества изучаются одновременно. Этот вариант изучения материала значительно эффективнее, чем обычное последовательное изучение тождеств.

Интегрированное изучение материала осуществляется с помощью упражнений *трех типов*.

Упражнения первого типа позволяют школьникам усвоить структуру формул.

Упражнения второго типа учат применять формулы для упрощения вычислений.

Упражнения третьего типа учат применять формулы в тождественных преобразованиях.

Обучение выбору нужной формулы при работе с упражнениями второго и третьего типов лучше всего проводить, фронтально анализируя достаточно большой массив заданий. Учащиеся должны выбрать одну формулу из трех, установить, какая часть этой формулы задана и чем заменены в ней буквы a и b. Только после этого можно переходить к преобразованиям.

Формулы появляются уже в теме «Произведение многочленов» — именно при изучении этого материала наиболее естественно их получить. Мы говорили об этом в комментариях к первому уроку, отведенному на изучение соответствующего пункта. Однако основная работа с формулами начинается в данном параграфе.

Предметные результаты обучения:

— читать, записывать, доказывать формулы сокращенного умножения;

— применять их в преобразованиях выражений, вычислениях, решениях уравнений, сокращении дробей.

Метапредметные результаты обучения:

— различать три формулы сокращенного умножения: квадрат разности, разность квадратов и сумма квадратов.

Цель первого урока: сделать акцент на структуре формул и применении формул для упрощения вычислений.

Комментарии. Можно повторить вывод формул, записывая их в следующем виде:

1. $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.

2. $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$.

3. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

Желательно, чтобы эти три формулы на отдельном плакате постоянно были вывешены рядом с классной доской.

В учебнике приводятся варианты краткого чтения этих формул.

1. *«**Квадрат суммы** равен сумме квадратов и удвоенного произведения»* или *«Квадрат суммы равен сумме квадратов плюс удвоенное произведение»*.

2. *«**Квадрат разности** равен сумме квадратов без удвоенного произведения»* или *«Квадрат разности равен сумме квадратов минус удвоенное произведение»*.

3. *«**Разность квадратов** равна произведению разности на сумму»* или *«**Разность квадратов** равна произведению разности и суммы»*.

Такие формулировки, конечно, несколько неполны, однако преимущество краткости позволяет принять их в качестве рабочих, которые в конце концов и останутся в памяти школьников.

Урок начинается с выполнения заданий из № 366—369, в которых школьники привыкают к смыслу и звучанию таких названий, как *сумма квадратов*, *квадрат суммы*, *разность квадратов*, *квадрат разности*, *произведение суммы на разность*, *удвоенное произведение*. Заметим, что учащиеся испытывают затруднения при восприятии на слух схожих по звучанию названий, таких как сумма квадратов и квадрат суммы, разность квадратов и квадрат разности. Лучший способ предупредить такие ошибки — включать эти понятия в один контекст, акцентируя тем самым смысловое различие формулировок.

Затем школьники приступают к заданиям № 370.

Рассмотрим два варианта организации работы класса с заданием 370 (1): *«Может ли квадрат суммы двух чисел оказаться меньше суммы их квадратов?»*

Начнем с варианта, который можно рекомендовать для относительно *слабого класса*. Проводится обычное голосование. Предлагается поднять руку тем учащимся, которые считают, что сумма квадратов двух чисел может оказаться больше квадрата их суммы. Затем руку поднимают те, кто считает, что не может.

Поскольку мнения разделились, учитель предлагает проверить обе гипотезы на конкретных числах. Начиная с первой парты левого ряда, ученики по очереди:

1) называют первое и второе число (желательно, чтобы эти числа были натуральными от 1 до 5);

2) вычисляют и называют сумму названных чисел;

3) вычисляют и называют квадрат суммы;

4) вычисляют и называют квадрат первого числа;

5) вычисляют и называют квадрат второго числа;

6) вычисляют и называют сумму квадратов;

(Учитель записывает на доске сами числа, квадрат их сумм и сумму их квадратов.)

7) сравнивают результаты 3) и 6).

Оказывается, что сумма квадратов этих чисел меньше квадрата их суммы.

Учитель замечает, что этого результата недостаточно для окончательного вывода, так как был рассмотрен только вариант, когда числа были положительными. На вопрос: *«Какие еще числа следует проверить?»* ученики предлагают взять отрицательные числа. После чего описанная процедура поочередных ответов продолжается с того ученика, до которого дошла очередь.

В результате сумма квадратов снова оказывается меньше квадрата их суммы.

Учитель говорит: *«Мы брали два положительных числа и два отрицательных. Какой случай нам осталось проверить?»* Ученики, естественно, предлагают взять положительное и отрицательное числа. После чего процедура проверки продолжается, и в результате, наконец, сумма квадратов оказывается больше, чем квадрат суммы. Теперь можно утвердительно ответить на поставленный вопрос.

Всю описанную работу в *сильном классе* можно не проводить, а сразу после формулировки вопроса начать работу с формулами. Таким образом, дальнейшие рекомендации ориентированы одновременно на слабый и на сильный классы.

Учитель привлекает внимание учащихся к формулам и предлагает ответить, по какой из них можно найти квадрат суммы и сумму квадратов. Понятно, что ученики предлагают первую формулу.

Эту формулу учитель предлагает рассматривать, как известное еще из начальной школы трехкомпонентное равенство $A = B + C$, в котором A называется суммой, а B и C — слагаемыми:

$$\underset{\text{сумма}}{(a+b)^2} = \underset{\text{слагаемое}}{a^2+b^2} + \underset{\text{слагаемое}}{2ab}$$

Тогда вопрос «Может ли сумма квадратов двух чисел оказаться больше квадрата их суммы?» можно переформулировать так: «Может ли слагаемое оказаться больше суммы?»

Ученики отвечают, что сумма меньше первого слагаемого, если второе слагаемое отрицательно.

Вторым слагаемым является удвоенное произведение чисел, которое отрицательно, если сами числа различаются по знаку.

Теперь можно дать ответ: *«Сумма квадратов двух чисел больше квадрата суммы этих чисел, если числа имеют разные знаки»*.

В слабом классе учитель обращает внимание учеников, что использование формулы могло бы сэкономить время, которое ушло на рассмотрение разных случаев, и предлагает в дальнейшем, когда прозвучат слова «квадрат суммы», «квадрат разности», «разность квадратов» и т. п., сразу пытаться найти и использовать нужную формулу.

Затем учитель обращает внимание школьников на то, что и две другие формулы можно рассматривать как трехкомпонентные равенства:

разность	уменьшаемое	вычитаемое
$(a - b)^2$	$a^2 + b^2$	$2ab$
множитель	множитель	произведение
$(a - b)$	$(a + b)$	$a^2 - b^2$

Следующим можно рассмотреть задание 5 из № 370: *«Может ли сумма квадратов каких-нибудь двух чисел оказаться меньше удвоенного произведения этих чисел?»*

Работа класса направляется следующими в о п р о с а м и.

1. В какой формуле мы можем найти сумму квадратов и удвоенное произведение?

Ученики предлагают сразу две формулы: 1-ю и 2-ю, в которых есть соответствующие выражения. Учитель предлагает использовать вторую, объясняя это, например, тем, что первую только что использовали. (Можно, конечно, сказать, что при сравнении двух выражений обычно находят их разность. Если она положительна, то первое число больше, а если отрицательна, то второе число больше.)

2. Как переформулировать вопрос, рассматривая вторую формулу как трехкомпонентное равенство?

[«Может ли уменьшаемое оказаться меньше, чем вычитаемое?»]

3. Каким числом, отрицательным или положительным, будет в этом случае разность? [Отрицательным.]

4. Чем является разность в данной формуле? [Квадратом.]

5. Может ли квадрат оказаться отрицательным числом?

Затем учитель формулирует ответ на вопрос задания:

«Итак, мы доказали, что сумма квадратов двух чисел не может оказаться меньше удвоенного произведения этих чисел».

Главный принцип изучения всего материала тождеств сокращенного умножения — одновременная работа с ними. Поэтому следующее задание должно быть направленно на работу с третьей формулой.

В *слабом классе* можно предложить задачу «Найдите сумму двух чисел, зная, что их разность равна 4, а разность их квадратов равна 40».

Решение этой задачи проводится фронтально. Школьники отвечают на вопросы учителя.

1. В какой из формул есть сумма и разность чисел?

2. Есть ли в этой формуле разность квадратов?

3. Что известно и что неизвестно в этом равенстве?

4. Как найти неизвестное (неизвестный множитель)?

Можно задать и дополнительный вопрос: «Как найти числа, зная их сумму и разность?»

В *сильном классе* можно предложить другую задачу, например № 370 (2). И в сильном классе решение должно включать в себя поиск нужной формулы по вопросам.

1. В какой из формул есть разность квадратов?

2. Чему она равна?

У многих школьников простые числа ассоциируются с задачей разложения на простые множители, из решения которой они подсознательно пришли к убеждению в том, что простые числа на множители не раскладываются. Поэтому, выделив третью формулу, в которой есть разность квадратов, и увидев, что разность квадратов в ней равна произведению, они делают вывод, что разность квадратов натуральных чисел не является простым числом. Здесь следует вспомнить определение простого числа, как числа, имеющего ровно два множителя — само число и 1. Затем спросить, какой из множителей может оказаться равным 1, и предложить назвать какие-нибудь натуральные числа, разность которых равна 1. В большинстве случаев учащиеся называют числа, сумма которых является простым числом, и эти числа можно использовать в качестве подтверждающего примера. В этом случае остается предложить проверить формулу, подставив эти числа в ее левую часть.

Полезно задать дополнительный вопрос: «Достаточно ли, чтобы натуральные числа отличались на 1, для того чтобы разность их квадратов оказалась простым числом?» Поскольку необходимо еще, чтобы сумма этих чисел была простым числом, то для контрпримера можно взять отличающиеся на 1 числа, сумма которых — составное число, например 5 и 4.

Описанная работа проводится в довольно быстром темпе. Ученики ничего не записывают в тетради. Небольшие смысловые паузы делаются учителем, когда речь идет о трактовке формул как трехкомпонентных равенств. Разбиение решения задач по ответам на элементарные вопросы позволяет поддерживать быстрый темп работы и включить в нее значительное число учащихся класса. Вся описанная работа занимает примерно 15—20 минут первого урока.

На следующих уроках работа школьников со структурой формул будет продолжена. Приведем примеры вычислительных заданий на отыскание неизвестного компонента действия.

1. Квадрат суммы двух чисел равен 13, а сумма их квадратов равна 89. Найдите произведение чисел.

2. Найдите сумму квадратов двух чисел, если их разность равна 4, а произведение равно 36.

3. Найдите сумму чисел, если их разность равна 3, а разность их квадратов равна 24.

Такие задания (учитель без труда сможет составить аналогичные) определяют базовый уровень этапа знакомства школьников со структурой формул.

Несколько более трудными являются з а д а н и я, в которых нужно оперировать сразу двумя формулами.

4. Квадрат суммы двух чисел на 48 больше квадрата их разности. Найдите произведение этих чисел. Какие натуральные числа удовлетворяют условию этой задачи?

5. Сумма двух чисел равна 12, а их произведение равно 27. Найдите разность этих чисел.

Кроме вычислительных, полезно предложить и з а д а н и я н а д е л и м о с т ь.

6. Может ли квадрат суммы двух целых чисел быть: 1) на 15; 2) на 37 больше суммы квадратов этих чисел?

7. Может ли квадрат суммы двух натуральных чисел быть: 1) на 7; 2) на 18; 3) на 100; 4) на 24 больше квадрата их разности? Если может, приведите пример таких чисел.

8. Может ли разность квадратов двух натуральных чисел оказаться равной 1362? [Разность и сумма натуральных чисел имеют одинаковую четность, а значит, их произведение либо нечетно, либо делится на 4. Число же 1362 не кратно 4.]

9. Может ли сумма квадратов двух нечетных чисел быть кратна 4? [Квадрат суммы этих чисел кратен 4, а удвоенное произведение нет. Если одно слагаемое кратно 4, а другое — нет, то их сумма не может быть кратна 4.]

Эти задания следует *перемешивать*, соблюдая главный принцип интеграции: соседние задания обращаются к разным формулам.

Выполняя упражнения указанного типа, школьники запоминают структуру формул, привыкают различать на слух и правильно употреблять созвучные термины *сумма квадратов* и *квадрат суммы*, *разность квадратов* и *квадрат разности*, приучаются выбирать нужную формулу. Новый материал сразу включается в систему ассоциаций, связанных со сравнением и делимостью чисел, что существенно расширяет тематику заданий, которые можно будет использовать в дальнейшем.

Работа с этими заданиями состоит из разбора и воплощения предложений учеников, которым помогают вопросы учителя, в некоторых случаях разбивающие всю задачу на посильные для большей части класса порции.

Следующий этап первого урока посвящен использованию формул для рационализации вычислений. Рационализация вычислений — один из наиболее близких школьникам мотивов изучения нового материала. А мотивационная установка, как известно, является необходимым условием продуктивной деятельности. Выполняются упражнения № 373, 374.

При выполнении № 373 ученики сначала выясняют, какая из трех формул может существенно облегчить вычисление значения выражения, затем применяется необходимая формула и производятся вычисления. Следует фронтально рассмотреть все задания номера, предлагая школьникам в каждом из них подобрать формулу и указать числа, которыми заменены a и b.

При устном разборе заданий учитель показывает на доске образец оформления решения. Например:

$$\text{№ 373 (7). } 19{,}3^2 + 2 \cdot 19{,}3 \cdot 30{,}7 + 30{,}7^2 =$$
$$= (19{,}3 + 30{,}7)^2 = 50^2 = 2500;$$
$$\text{№ 373(9). } 99 \cdot 101 = (100 - 1)(100 + 1) =$$
$$= 100^2 - 1^2 = 10\,000 - 1 = 9999.$$

Оформления этих двух решений достаточно, чтобы предложить учащимся самостоятельную работу: № 373 (5, 6, 11).

Следующая самостоятельная работа предлагается сразу после проверки первой и содержит задания: № 373 (3, 10, 12).

Затем фронтально с классом разбирается № 374 (1, 2).

Д о м а ш н е е з а д а н и е: № 373 (2, 4, 8), 374 (3, 4), задача 18 из раздела «Практикум по решению текстовых задач».

Цель второго урока: формирование умения школьников напрямую применять формулы сокращенного умножения.

Комментарии. В устную работу можно включить № 372 и аналогичные задания, например на отыскание неизвестного компонента действия. Мы привели несколько таких заданий в комментариях к первому уроку.

Затем следует фронтально разобрать № 382 (1-й столбик) и № 375 (1—4). Ученики должны назвать формулу и сказать, какая ее часть задана и какой не хватает, затем продиктовать свой ответ, который учитель записывает на доске.

При работе с заданиями можно применить старинный методический прием. Так, например, при выполнении задания № 375 (2) в выражении $(2x + 3y)^2$ описать вокруг $2x$ и $3y$ крупные буквы a и b, затем такими же крупными буквами записать правую часть тождества $a^2 + b^2 + 2ab$ и вписать внутрь этих букв соответственно $2x$ и $3y$. И наконец, выполнить возведение в квадрат и умножение:

$$\left(\overset{a}{2x} + \overset{b}{3y}\right)^2 = \overset{a}{2x}{}^2 + \overset{b}{3y}{}^2 + 2\,\overset{a}{2x}\,\overset{b}{3y} =$$

$$= 4x^2 + 9y^2 + 12xy$$

Такая запись даже слабым ученикам покажет, в чем сущность идеи использования формул сокращенного умножения в тождественных преобразованиях.

После этого ученики самостоятельно выполняют № 375 (5—8), фронтально № 376 (1, 2), письменно делают № 377 (1, 2) и 378 (1, 2), затем фронтально № 376 (3, 4), письменно № 377 (3, 4), 378 (3, 4) и № 379 (1, 2), фронтально № 380 (1, 2), письменно № 380 (3, 4).

Приведем пример фронтального разбора задания № 376 (1): «Впишите пропущенные одночлены так, чтобы получилось тождество:

$$(5x + \ldots)^2 = \ldots + 70xy + \ldots».$$

1. Какая формула здесь записана? [Квадрат суммы.]

2. Какое многоточие можно заполнить сразу? [В правой части вместо первого многоточия можно поставить квадрат первого одночлена $25x^2$.]

3. Чем является $70xy$, квадратом второго одночлена или удвоенным произведением одночленов?

4. Чему равно неудвоенное произведение многочленов? [$35xy$.]

5. Каким должен быть второй одночлен? [$7y$.]

6. Какое многоточие можно теперь заполнить? [В левой части равенства.]

7. Что нужно записать вместо последнего многоточия? [$49y^2$.]

Как обычно, при организации фронтальной работы простые вопросы предлагаются слабым, а более трудные — сильным ученикам.

Получив ответ, учитель заполняет соответствующее многоточие в равенстве.

Домашнее задание: № 377 (5—8), 378 (5—8), 380 (5—8), задача 571 (1) из раздела «Повторение», ответить на контрольные вопросы к пункту.

Цель третьего урока: формирование умения школьников применять формулы сокращенного умножения в случаях, когда их компоненты являются двучленами.

Комментарии. Сначала фронтально выполняются № 382 (5—8), 397 (1—4), 383 (1, 2, 3), учитель делает записи на доске под диктовку учеников.

Письменно ученики выполняют № 383 (6, 8), фронтально № 384 (1, 2), письменно № 384 (3, 5), фронтально № 386 (4), письменно № 387 (1, 3), фронтально № 385 (1), письменно № 385 (2), 378 (9—12), фронтально № 389 (1), письменно № 389 (2), фронтально № 390 (3, 4).

Домашнее задание: № 386 (1, 3), 387 (2, 4), 390 (1, 2), задача 571 (2) из раздела «Повторение», выполнить задания из домашней контрольной работы № 9.

Цель четвертого урока: формирование умения школьников применять формулы сокращенного умножения в различных ситуациях.

Комментарии. Устно № 397 (5—8), 401, фронтально № 388 (1), письменно № 388 (2), фронтально № 389 (3), письменно № 389 (4), фронтально разбирается № 394, письменно № 394 (1, 3, 5), фронтально № 398 (1), письменно № 398 (2, 3), фронтально № 405 (1), письменно № 405 (3, 5, 7), устно № 406 (1, 3), фронтально № 407 (1. а, 2. а).

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант 1

1. Вычислите $5{,}782^2 + 5{,}782 \cdot 4{,}218 \cdot 2 + 4{,}218^2$.

2. Приведите к многочлену стандартного вида

$$(0{,}3k^4n^3 - 10n^4)^2.$$

3. Решите уравнение $4x^2 - 49 = 0$.

4. Сократите дробь $\dfrac{a^2 + 10a + 25}{a^2 - 25}$.

Вариант 2

1. Вычислите

$$61{,}093^2 - 61{,}093 \cdot 2 \cdot 11{,}093 + 11{,}093^2.$$

2. Приведите к многочлену стандартного вида

$$\left(\frac{3}{4}a^3 + 4an^2\right)^2.$$

3. Решите уравнение $25y^2 - 36 = 0$.

4. Сократите дробь $\dfrac{64 - b^2}{b^2 - 16b + 64}$.

ОТВЕТЫ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

Вариант 1. **1.** 100. **2.** $0{,}09k^8n^6 - 6k^4n^7 + 100n^8$. **3.** $x_1 = 3{,}5$, $x_2 = -3{,}5$. **4.** $\dfrac{a+5}{a-5}$.

Вариант 2. **1.** 2500. **2.** $\dfrac{9}{16}a^6 + 6a^4n^2 + 16a^2n^4$. **3.** $y_1 = 1{,}2$, $y_2 = -1{,}2$. **4.** $\dfrac{b+8}{8-b}$.

Домашнее задание: **№ 388 (3), 394 (2, 4, 6), 398 (4), № 405 (2, 4).**

В *сильном классе* можно включить в уроки несколько более трудные задания на структуру формул и на делимость (примеры этих заданий мы также привели в комментариях к первому уроку), а также на вычисления.

25. Разложение на множители с помощью формул сокращенного умножения (3 ч)

В данном пункте продолжается отработка умений учащихся в разложении многочленов на множители с использованием формул сокращенного умножения.

Предметные результаты обучения:

— применять формулы сокращенного умножения для разложения многочленов на множители, доказательства тождеств, построения графиков функций, вычислений, сокращения дробей.

Метапредметные результаты обучения:

— находить ошибки в софизмах;

— составлять план выполнения задания;

— решать нестандартные задания по теме.

Комментарии. В *сильном классе* можно предложить школьникам самостоятельно познакомиться с рассмотренными в пункте авторскими примерами разложения на множители. При обсуждении этого материала делается акцент на том, как в этих примерах проявляются формулы сокращенного умножения. Затем полезно фронтально обсудить, какие приемы следует применить для разложения на множители во всех заданиях пункта. При этом рассматриваются не все номера подряд, а по заданию из номера. Заданий хватит, чтобы дать возможность каждому ученику высказать свои предложения. В некоторых случаях, когда мнения школьников расходятся, можно пригласить учеников к доске для реализации своих идей. После обсуждения можно предложить школьникам несколько самостоятельных работ.

Если класс слабый, то материал лучше изучать и отрабатывать в последовательности, предложенной в тексте пункта.

Рассмотрим планирование для *слабого класса*.

Цель первого урока: формирование умения раскладывать многочлен на множители с помощью формулы разности квадратов.

Комментарии. Начать урок можно с устного разложения на множители № 382 (9—12), затем устно выполнить № 408 (1), при этом ученики будут рассуждать примерно так.

[Число 79 простое. Чтобы разность $263^2 - 184^2$ делилась на 79, нужно, чтобы в разложении данной разности на множители один из множителей был равен 79. Разложим разность квадратов на множители:

$$263^2 - 184^2 = (263 - 184)(263 + 184) = \\ = 79 \cdot (263 + 184).$$

Что и требовалось доказать.]

Задания № 384 (5, 6) следует рассмотреть перед № 409. В заданиях последнего нужно сначала вынести общий множитель, а затем разложить разность квадратов на множители. Полезно показать образец оформления задания 409 (1). Затем задания 2, 3, 6 ученики выполняют самостоятельно.

Затем фронтально разбирается № 410 задание 1 и составляется план выполнения остальных заданий этого номера, задания 2, 3, 5 которого после этого ученики выполняют самостоятельно.

После проверки результатов самостоятельной работы школьники просматривают № 411, ищут аналогичный п р и м е р в тексте данного пункта, разбирают п р и м е р 3 и самостоятельно выполняют задания № 411 (1, 3). После их проверки выполняются задания № 411 (5, 7) и решаются уравнения № 417 (2, 5, 6).

Из предыдущего пункта полезно выполнить № 391, 392, 404 (1), 405 (6, 8).

Д о м а ш н е е з а д а н и е: № 404 (2), 409 (4, 5), 410 (4—6).

Цель второго урока: отработка умения разложения многочлена на множители способом группировки членов.

Комментарии. Фронтально № 382 (13—16), 415 (1, 3, 5).

Затем предлагается подумать о способе решения № 412. Рассматривается п р и м е р 4, и ученики самостоятельно выполняют № 412 (1, 3). После проверки этой работы школьникам предлагается проанализировать все задания № 417 и выполнить задания № 417 (1, 3), 412 (5, 7).

Фронтально разбирается № 413 (1), письменно № 414 (1, 3, 5), фронтально № 413 (2), письменно № 417 (3, 7).

Из предыдущего пункта № 398 (5, 6), 403.

Д о м а ш н е е з а д а н и е: № 414 (2, 4, 6), 417 (1, 2, 8), выполнить задания из контрольной работы № 9.

Цель третьего урока: закрепление материала пункта.

Комментарии. Устно № 415 (1, 3, 5). Полезно с классом разобрать № 418, 419, 420, 423.

Для самостоятельного решения классу можно предложить № 421, 422, а также включить задания из предыдущего пункта, например № 393, 399, 400, 407 (1б, 2б).

Домашнее задание: завершить выполнение домашней контрольной работы № 9 и сдать на следующем уроке.

Зачет по главе 4 «Многочлены»

ИНСТРУКЦИЯ К ПРОВЕДЕНИЮ ЗАЧЕТА

Письменные задания зачета, записанные на доске или на карточках, выполняются каждым учеником в тетради и сдаются учителю или консультанту во время ответа.

Ученики, которые первыми выполнят все задания письменно, показывают свою работу учителю. Учитель во время проверки задает им вопросы или устные задания. Если все ответы учеников правильные, то они считаются сдавшими зачет и становятся консультантами. Консультант получает от учителя список устных вопросов и заданий.

Консультанты начинают принимать зачет у учеников, которые закончили выполнять письменную его часть. Они ставят знак «+» напротив каждого правильно выполненного задания и знак «–» при неправильном решении. После проверки письменной части зачета консультант задает устный вопрос из списка и ставит на листочек дополнительный знак «+» или «–» в зависимости от ответа ученика. Работы с ответами сдаются учителю. Учитель выделяет типовые ошибки и самые трудные задания. Он может проверить объективность работы консультантов, самостоятельно опросив тех или иных учеников.

Фамилия, имя	1	2	3	4	5
1.					
2.					

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПИСЬМЕННОЙ ЧАСТИ ЗАЧЕТА

Вариант 1	**Вариант 2**
1. Представьте выражение в виде многочлена стандартного вида.	
$(c-2d)^2-(c-d)(c+d)$	$(k+n)(n-k)-(2k+n)^2$
2. Решите уравнение разложением его левой части на множители.	
$x^3+3x^2-x-3=0$	$x^3-2x^2-9x+18=0$
3. Сократите дробь.	
$\dfrac{4x^2+9y^2-12xy}{4x^2-9y^2}$	$\dfrac{16n^2-25m^2}{16n^2+25m^2+40nm}$
4. Докажите тождество.	
$(a+b)^2+(a-b)^2=$ $=2(a^2+b^2)$	$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ УСТНОЙ ЧАСТИ ЗАЧЕТА

1. Сформулируйте правило умножения многочлена на одночлен.

2. Сформулируйте правило умножения многочлена на многочлен.

3. Как вы понимаете, что такое многочлен?

4. Какой член многочлена называют старшим? Какой член многочлена называют свободным?

5. Что называют степенью многочлена?

6. Какие слагаемые вы назовете подобными? Приведите примеры подобных членов многочлена.

7. Какой степени будет многочлен, полученный в результате умножения многочленов третьей и шестой степеней?

8. Какое наибольшее число членов может получиться после приведения произведения двух трехчленов к многочлену стандартного вида?

9. Назовите свободный член многочлена, равного произведению многочленов $(3x^5-7)(4x^2+5)$. Назовите старший член многочлена. Назовите степень многочлена.

10. Сформулируйте правило возведения в квадрат суммы a и b.

11. Чему равен квадрат разности a и b?

12. Чему равна разность квадратов a и b?

13. Чем отличаются формулы квадрата разности и квадрата суммы?

14. Может ли квадрат суммы быть меньше суммы квадратов?

15. Запишите число, у которого a десятков и b единиц.

16. Запишите сумму трех последовательных натуральных чисел. На какое число делится эта сумма?

17. Запишите сумму трех последовательных четных натуральных чисел. На какое число делится эта сумма?

ОТВЕТЫ К ЗАЧЕТУ

Вариант 1. 1. $-4cd + 5d^2$, $5d^2$. **2.** $x_1 = -3$. **3.** $\frac{2x - 3y}{2x + 3}$.

Вариант 2. 1. $-3n^2 + 20n - 34$, -34. **2.** $x_1 = 3$, $x_2 = -3$, $x_3 = 2$. **3.** $\frac{4n - 5m}{4n + 5m}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9

Тема «Тождества сокращенного умножения»

Вариант 1

1. Представьте выражение в виде многочлена стандартного вида:

1) $\left(0{,}5a - 2b\right)^2$; 2) $\left(a - \frac{3}{4}b\right)\left(\frac{3}{4}b + a\right)$.

2. Решите уравнение

$$2(x + 1)^2 - (x - 3)(x + 3) = 7 + x^2.$$

3. Найдите значение выражения $\frac{a^2 - 10a + 25}{a - 5}$, если $a = 1{,}5$.

4•. Впишите пропущенные одночлены так, чтобы получилось тождество

$$(10m^5 + \ldots)^2 = \ldots + \ \ldots + 36m^4n^6.$$

Вариант 2

1. Представьте выражение в виде многочлена стандартного вида:

1) $\left(4x - 0{,}2y\right)^2$; 2) $\left(\frac{2}{7}y + x\right)\left(x - \frac{2}{7}y\right)$.

2. Решите уравнение

$$2(x - 2)(x + 2) - (x - 1)^2 = x^2 - 5.$$

3. Найдите значение выражения $\frac{a^2 + 10a + 25}{a + 5}$, если $a = -2{,}5$.

4•. Впишите пропущенные одночлены так, чтобы получилось тождество

$$\left(\ldots - \frac{3}{4}x^3\right)\left(\ldots + \ldots\right) = 0{,}25y^4 - \ldots .$$

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 9

Вариант 1. 1. 1) $0{,}25a^2 - 2ab + 4b^2$; 2) $a^2 - \frac{9}{16}b^2$. **2.** -1. **3.** $-3{,}5$. **4.** $(10m^5 + 6m^2n^3)^2 = 100m^{10} + 120m^7n^3 + 36m^4n^6$.

Вариант 2. 1. 1) $16x^2 - 1{,}6xy + 0{,}04y^2$; 2) $x^2 - \frac{4}{49}$. **2.** 2. **3.** 2,5. **4.** $\left(0{,}5y^2 - \frac{3}{4}x^3\right)\left(0{,}5y^2 + \frac{3}{4}x^3\right) = 0{,}25y^4 - \frac{9}{16}x^6$.

Глава 5
ВЕРОЯТНОСТЬ

Материал этой главы относится к новой, так называемой стохастической линии курса математики основной и средней школы. В эту линию вошли вопросы комбинаторики, классической теории вероятностей и математической статистики. В 5—6 классах школьники могли познакомиться с правилом произведения, которое используется при решении комбинаторных задач. Мы упоминали об этом правиле, рассматривая задачу нахождения числа делителей и вариантов представления одночлена в виде произведения двух множителей. Тем не менее материал главы рассчитан на школьников, которые не встречались с комбинаторными рассуждениями в предшествующих классах.

Учителям, которые не имеют собственного положительного опыта преподавания материала стохастической линии в основной школе, желательно придерживаться учебника, хотя составление задач с «местной» спецификой, аналогичных задачам учебника, может оказаться полезным. В разделе «Советы и решения» приводятся подробные решения задач учебника.

В комбинаторных задачах и в задачах на вероятность главными являются рассуждения школьников, а не непосредственные вычисления, поэтому работа с материалом главы в основном проводится фронтально. Поскольку проведение целого урока в форме фронтальной работы является малоэффективным, целесообразно посвящать материалу главы первую половину урока, а вторую половину направить на повторение изученного ранее материала.

В данной главе вводятся понятия вероятности, случайного события, достоверного и невозможного событий, равновероятных возможностей. Школьники учатся подсчитывать вероятность события, находить по формулам число перестановок, размещений и сочетаний. Формула числа сочетаний будет использована в начале 8 класса при выводе формулы бинома Ньютона.

26. Равновероятные возможности (2 ч)

В данном пункте ученики знакомятся с понятиями равновероятных возможностей, учатся определять и обосновывать, какая из возможностей более вероятна, а какая — менее. Объяснение лучше вести по учебнику, постепенно отрабатывая материал, включая и разобранные примеры.

Предметные результаты обучения:

— сравнивать шансы наступления событий;

— строить речевые конструкции с использованием слов «более вероятные», «маловероятные», «равновероятные события»;

— обосновывать, какая из вероятностей событий более вероятная.

Метапредметные результаты обучения:

— использовать вероятностные представления в реальной жизни.

Цель первого урока: формирование понятия равновероятных и неравновероятных возможностей. Научить школьников различать эти возможности и обосновывать свой ответ.

Комментарии. Урок можно провести по следующему плану.

1. Вводится понятие равновероятных возможностей.

2. Закрепляется понятие равновероятных возможностей при выполнении примеров 1 и 2 текста пункта и вводятся понятия «более вероятной» и «менее вероятной возможностей».

4. Выполняются № 426, 427.

Во второй половине урока выполняются задания из раздела «Повторение» № 482 (1), 488 (1), 491 (3).

Домашнее задание: № 426 (2. б), на повторение № 488 (2), 491 (4).

Цель второго урока: закрепление умения учеников определять, равновероятные возможности наступления события или нет.

Комментарии. В устной работе можно предложить школьникам указать более вероятную из указанных для той или иной ситуации возможностей, можно описывать знакомые школьникам ситуации. Однако ни в коем случае нельзя предлагать на этом этапе сравнивать возможности, возникающие в разных ситуациях, например возможность выиграть в лотерею и возможность получить «5» за ответ на следующем уроке математики.

Полезно предложить школьникам самим описать ситуации и указать для них более вероятные, менее вероятные и равновероятные возможности.

Полезно обсудить со школьниками, в каких случаях мы говорим: «повезло» и «не повезло», предложить им привести примеры. [Везение — это реализация менее вероятной и в то же время благоприятной возможности, а невезение — реализация менее вероятной и в то же время неблагоприятной возможности.]

Фронтально выполняются упражнения № 428, 429. На повторение материала предлагаются упражнения № 483 (3), 484 (2), 492 (1).

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант 1

1. Одновременно бросают две монеты. Какие при этом имеются возможности выпадения монет? Равновероятны ли эти возможности?

2. Бросают игральный кубик. Какое событие более вероятно: выпадение четного или нечетного числа очков?

Вариант 2

1. Одновременно бросают два игральных кубика. Какие суммы очков могут выпасть? Равновероятны ли возможности выпадения этих сумм?

2. Бросают игральный кубик. Какое событие более вероятно: выпадение числа очков суммы больше четырех или меньше четырех?

ОТВЕТЫ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

Вариант 1. 1. Четыре возможности: «орел» и «орел»; «решка» и «решка»; «орел» и «решка», «решка» и «орел». Эти возможности равновероятны. **2.** Эти события равновероятны, потому что есть три возможности выпадения четного числа очков — 2, 4 и 6 и три возможности выпадения нечетного числа очков — 1, 3 и 5.

Вариант 2. 1. Возможно выпадение в сумме от 2 до 12 очков. Два очка можно получить только в одном случае, когда на обоих кубиках выпадет по одному очку. Суммы от 3 до 11 получаются более, чем в одном случае. Значит, возможности не равновероятные.

2. Для события «Выпадет число очков больше четырех» возможны два исхода — пять и шесть. Для события «Выпадет число очков меньше или равное четырем» возможны четыре исхода — одно, два, три и четыре очка. Второе событие более вероятно, чем первое.

Домашнее задание: № 484 (4), 492 (2), 493, ответить на контрольные вопросы к пункту.

27. Вероятность события (3 ч)

В данном пункте вводятся понятия достоверного и невозможного событий, вероятности событий. Школьники учатся вычислять вероятность равновероятных событий.

Предметные результаты обучения:

— приводить примеры случайных событий, достоверных и невозможных событий;

— находить вероятность случайного события по формуле.

Метапредметные результаты обучения:

— использовать вероятностные представления в реальной жизни.

Цель первого урока: формирование понятий равновероятных событий, вероятности достоверного события и вероятности невозможного события; умения вычислять вероятность событий.

Комментарии. Урок можно провести по следующему плану.

1. Ввести понятие вероятности равновероятных событий, вероятности достоверного события и вероятности невозможного события.

2. Разобрать № 430, 431, которые позволяют закрепить введенные понятия.

3. Разобрать пример 1 и решить со школьниками № 432, 433.

4. Повторить ранее изученный материал — № 497, 498, 567 (1).

Домашнее задание: № 481 (1), 567 (2), контрольные вопросы и задания к пункту.

Цель второго урока: формирование умения вычислять вероятность события по классической формуле.

Комментарии. Урок проводится по следующему плану.

1. Устная работа по заданиям.

1. Назовите случайные, достоверные, невозможные события среди следующих:

1) при бросании игральной кости выпадет шестерка;

2) при бросании игральной кости выпадет семерка;

3) при бросании игральной кости выпадет одно из шести очков;

4) при бросании игральной кости выпадет нечетное число очков.

2. Приведите примеры случайных событий, достоверных событий и невозможных событий.

Далее рассматриваются примеры 2 и 3, выполняются № 434—436, 439 и из раздела «Повторение» выполняются № 544 (1, 3, 5, 7), 568 (1).

3. Проводится тест по одному варианту (в дидактических материалах два варианта теста).

ТЕСТ

Запишите числовой код, составленный из номеров верных утверждений.

1. Событие, которое при некоторых условиях обязательно произойдет, называют достоверным.

2. Событие «при бросании игрального кубика выпадет семерка» невозможное.

3. Выпадение сумм очков, равных 2 и 3, при бросании двух игральных кубиков — события равновероятные.

4. Выпадение числа два или числа шесть на игральном кубике — неравновероятные события.

5. Вероятность достоверного события равна 1.

6. Вероятность события «произведение очков, выпавших на двух игральных кубиках, равно 11» равна 0.

7. Вероятность того, что вынутая наугад одна из 36 карт колоды является тузом, равна $\frac{1}{36}$.

8. В ящике лежат 2 красных и 2 синих шара. Вероятность вынуть из него наугад два шара одного цвета подряд равна $\frac{1}{3}$.

ОТВЕТ К ТЕСТУ: 12 568

Домашнее задание: № 437, 438 (поиграть друг с другом по предложенному Петей варианту), ответить на контрольные вопросы к пункту, на повторение № 544 (2, 4, 6, 8), 568 (2).

Цель третьего урока: закрепление изученного в данном пункте.

Комментарии. Урок можно провести по следующему плану.

1. Проводится устная работа по следующим заданиям.

1) Найдите вероятность того, что:

а) вас изберут президентом Америки;

б) вы выиграете в беспроигрышной лотерее;

в) выпадет пятерка при бросании игральной кости;

г) 30 февраля выпадет снег;

д) при бросании монеты выпадет орел;

е) карта, вытащенная из колоды в 36 карт, окажется королем;

ж) из колоды в 52 карты вытянут карту черной масти.

2) Бросается игральная кость. Расположите события по возрастанию их вероятностей:

А: выпадет четное число очков;

Б: выпадет число очков большее семи;

В: выпадет одно очко;

Г: выпадет число очков, большее трех;

Д: выпадет число очков, меньшее восьми.

2. Проводится письменная работа. составленная из № 440—442.

3. Выполняются задания из раздела «Повторение»: № 545 (1, 3, 5), 546 (1, 2), 569 (1).

Домашнее задание: № 442 (2), 545 (2, 4, 6), выполнить задания из домашней контрольной работы № 10.

28. Число вариантов (4 ч)

В данном пункте ученики изучают правило произведения, формулы числа перестановок, размещений и сочетаний без повторения элементов.

Предметные результаты обучения:

— выполнять перебор всех возможных вариантов для пересчета объектов или комбинаций, выделять комбинации, отвечающие заданным условиям;

— решать комбинаторные задачи с помощью формул числа перестановок, числа размещений, числа сочетаний и с использованием правила произведения;

— находить вероятности событий в простейших случаях и с использованием формул комбинаторики.

Метапредметные результаты обучения:

— использовать вероятностные представления в реальной жизни.

Цель первого урока: введение правила произведения и формулы числа перестановок из n элементов.

Комментарии. Устно выполняются задания из № 443 (1, 3, 5).

Разбирается пример 1 данного пункта и формулируется правило произведения. В формулировке правила произведения не упоминается важное требование, без которого, вообще говоря, правило не работает, а именно то, что число способов, которыми к первому выбранному элементу можно присоединить второй, не зависит от того, какой элемент был выбран первым. Другими словами, любой возможности выбора первого элемента пары соответствует одно и то же число возможностей выбора второго ее элемента.

Рассматривая таблицу в примере 1, следует обратить внимание школьников на то, что, например, пары 2—1 и 1—2 состоят из одинаковых элементов и отличаются только их порядком. Это наблюдение окажется важным, когда станет нужным учитывать различие между упорядоченными выборками — размещениями и неупорядоченными — сочетаниями.

Закрепляется материал решением № 445, 446, 447 (б).

Разбирается пример 2. Формула числа перестановок закрепляется решением № 449, 450 (1), 452, 454 (1, 3, 5, 7, 9).

Домашнее задание: № 447 (1), 450 (2. в, г), 453, 454 (2, 4, 6, 8, 10).

Цель второго урока: применение формул числа размещений и сочетаний.

Комментарии. Устно выполняются № 443 (2, 4, 6), 447, 455.

Разбирается пример 3 данного пункта и обсуждаются условия задач № 461, 462, 463, 464 (1), 465, 466 (1), 472 (1). При обсуждении условий школьники сначала определяют, о каких комбинациях, перестановках, размещениях или сочетаниях идет речь. Важно, чтобы учащиеся старались обосновать свой ответ.

При втором проходе указанных задач школьники дают ответ в виде символического выражения, например в № 474: A_{11}^{6}.

Третий проход — запись числовых выражений по соответствующим формулам и вычисление их значений.

Домашнее задание: № 466 (2), 467 (2, 4), 484 (3), из раздела «Повторение» № 570 (1).

Цель третьего урока: к чисто комбинаторным задачам добавить задачи на вычисление вероятности события, в которых ученики должны самостоятельно сформулировать комбинаторные задачи по нахождению числа всех равновероятных возможностей и по нахождению благоприятных возможностей.

Комментарии. Обучать решению задач на нахождение вероятностей лучше, рассматривая серию разных задач. Прочитав условие, школьники должны по каждой из задач описать множество равновероятных возможностей и его подмножество, состоящее из благоприятных возможностей. Затем при втором проходе предложить способы нахождения числа элементов в этих множествах и записать соответствующие дроби (пока не вычисляя). При третьем проходе (можно отнести к домашнему заданию) производятся вычисления и упрощения полученных выражений. Так, например, при первом проходе № 468 (1) школьники устанавливают, что равновероятны возможности вытащить билет с любыми тремя вопросами из 25, причем порядок, в котором они записаны в билете, для Сергея не важен. А благоприятными для получения отметки «5» будут те случаи, когда все три вопроса билета будут входить в число 20, выученных Сергеем. При втором проходе записывается дробь $\frac{C_{20}^3}{C_{25}^3}$.

В задачах на нахождение вероятностей этап формулировки упомянутых комбинаторных задач является наиболее трудным. Иногда приходится интерпретировать ситуацию, описанную в условии.

Р е ш е н и е. *Способ 1*. В задаче № 472 можно найти число перестановок, которыми можно усадить указанных школьников на четыре места двух парт. Затем на это число делить число тех из них, в которых Коля и Саша окажутся соседями. Это число мы находим по правилу произведения.

Парту, за которой должны оказаться Коля и Саша, можно выбрать двумя способами, каждому из них соответствуют два варианта (Коля слева, Коля справа), которыми они могут за эту парту сесть, ну и каждому из них соответствуют еще два варианта посадить за другую парту Аллу и Машу. Отсюда искомая вероятность оказывается равной

$$\frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{P_4} = \frac{1}{3}.$$

Способ 2. Можно, однако, рассуждать иначе. За какую бы парту ни сел Коля, у Саши есть выбор из трех оставшихся мест, но только одно из них рядом с Колей. Значит, Саша выбирает одно место из трех, что и приводит к вероятности оказаться рядом с Колей, равной $\frac{1}{3}$. К упрощающим интерпретациям можно будет перейти на четвертом уроке, а на третьем не фиксировать на них внимание школьников.

Урок можно провести по следующему плану.

1. Устно рассмотреть № 456, 457, 462.

2. Обсудить выполненное домашнее задание (кроме № 570).

3. Разобрать примеры 4, 5.

4. Фронтально работать с задачами № 450 (2), 464 (1), 468, 470 (1, 3), 471, 472 (2).

Домашнее задание: № 473, 469, на повторение № 570 (2).

Цель четвертого урока: формирование умения школьников решать более трудные комбинаторные задачи.

Комментарии. Решить на уроке № 478, 479, можно также вернуться к задаче № 472 и рассмотреть описанную выше интерпретацию.

Если *класс слабый*, обсудить со школьниками уже решенные задачи, делая акцент на тех из них, которые в процессе решения вызывали трудности.

Домашнее задание: выполнить домашнюю контрольную работу № 10 и сдать на следующем уроке.

Зачет по главе 5 «Вероятность»

Карточка 1

1. Приведите примеры равновероятных и неравновероятных возможностей.

2. Вычислите $\frac{10!}{7! \cdot 3!}$.

3. 1) Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, если цифры в записи числа не повторяются?

2) Какова вероятность, что наугад названное из них число окажется: а) кратным трем; б) кратным пяти; в) четным?

4. Сколькими способами можно назначить двух дежурных из класса, в котором обучается 25 человек?

Карточка 2

1. Приведите пример достоверного и невероятного событий.

2. Вычислите $\frac{40! + 41!}{39! + 40!}$.

3. 1) Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, если цифры в записи числа не повторяются?

2) Какова вероятность, что наугад выбранное из них число будет делиться: а) на 2; б) на 4?

4. Сколькими способами можно выбрать актив класса, в который входит староста, редактор газеты, ответственный за культмассовую работу, ответственный за спортивную работу, если в классе обучается 27 человек?

Карточка 3

1. Приведите пример более вероятного события и менее вероятного события.

2. Вычислите $\dfrac{9!+8!+7!}{10!-9!}$.

3. 1) Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, если цифры в записи числа не повторяются?

2) Какова вероятность, что наугад названное из них число будет: а) четным; б) нечетным?

4. Сколько существует способов выстроить в шеренгу 23 ученика?

Карточка 4

1. Приведите пример события, вероятность которого равна 0,5.

2. Вычислите $\dfrac{20!-19\cdot 19!-18\cdot 18!}{17!}$.

3. 1) Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, если цифры в записи числа не повторяются?

2) Какова вероятность, что наугад названное из них число будет делиться: а) на 5; б) на 2?

4. Из 35 учеников класса назначают трех дежурных. Сколько существует способов включить в число дежурных ученика этого класса Иванова?

Домашнее задание: прочитать пункт 29.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 10

Тема «Вероятность»

Вариант 1

1. Вычислите A_{10}^{3}.

2. Упростите $\dfrac{n!}{(n-2)!}$ и найдите значение выражения при $n = 11$.

3. Решите задачи.

1) В финале международных соревнований по бальным танцам участвуют 6 пар. Сколькими способами могут распределиться места между ними?

2)$^{\bullet}$ Найдите вероятность того, что первое место получит российская пара, если среди финальной шестерки оказались два российских дуэта.

4. Решите задачу.

Сколькими способами клиент банка может выбрать 2 лотерейных билета из предложенных 10?

Вариант 2

1. Вычислите C_{20}^{3}.

2. Упростите $\dfrac{(k+1)!}{(k-2)!}$ и найдите значение при $k = 10$.

3. Решите задачу.

В шахматном турнире принимают участие 12 шахматистов. Сколько будет сыграно партий, если любые два участника встречаются между собой один раз? Какова вероятность, что Иванов и Петров, участвующие в турнире, сыграют друг с другом в первом же туре?

4. Решите задачу.

Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что цифры в числе не повторяются?

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 10

Вариант 1. 1. 720. **2.** 110. **3.** 1) 720 способов; 2) $\frac{1}{3}$. **4.** 45 способов.

Вариант 2. 1. 190. **2.** 990. **3.** 66 партий; $\frac{1}{11}$. **4.** 20 чисел.

Глава 6
ПОВТОРЕНИЕ (11 ч)

Мы уже говорили о том, что материал этой главы можно было использовать при организации текущего повторения, поэтому многие задания из этой главы могут быть уже выполнены. Это, однако, не мешает использовать их повторно.

Мы дадим лишь некоторые комментарии к урокам повторения, а дело учителя — распределить время на повторение каждого пункта или комплексного повторения материала всех пунктов, используя на одном уроке задания разных пунктов. Конечно, основное внимание следует уделять тому материалу, который в конкретном классе вызывает наибольшие трудности.

При составлении уроков повторения мы постарались каждый урок сделать тематическим.

29. Выражения (1 ч)

Предметные результаты обучения:

— выполнять арифметические действия с рациональными числами;

— находить значения числовых и буквенных выражений;

— решать текстовые задачи, сводящиеся к составлению числового или буквенного выражения.

Цель урока: систематизация знаний школьников по теме «Выражения». На уроке повторяются правила составления числовых и буквенных выражений, порядок действий в выражениях, свойства арифметических действий, закрепляются умения находить значения числовых и буквенных выражений, осуществлять арифметические действия над целыми числами. обыкновенными и десятичными дробями.

Комментарии. На уроке повторяются правила составления числовых и буквенных выражений, умение находить значения числовых и буквенных выражений, повторяется порядок действий в выражениях, свойства арифметических действий, закрепляется умение осуществлять арифметические действия над целыми числами, обыкновенными и десятичными дробями.

Устную работу можно провести по следующим вопросам и заданиям.

1. Какие выражения вы видите в упражнениях пункта 29? [Числовые и буквенные.]

2. Какие выражения называются числовыми? Приведите пример числового выражения, которое не имеет смысла.

3. Какие выражения называются буквенными? Приведите пример буквенного выражения, которое имеет смысл при любых значениях переменных. Приведите пример буквенного выражения, которое при некоторых значениях переменных не имеет смысла.

4. Назовите номера заданий и сами задания, в которых приводятся числовые выражения.

5. Что значит найти значение числового выражения?

Выполнить самостоятельно № 481 (2), 482 (5). Для быстрой проверки полезно решить эти же задания на боковых досках, скрытно от класса, или спроектировать решения с помощью графопроектора. Сначала проверяются ответы, а затем, если нужно, осуществляется подробный разбор выполнения задания.

6. Как вы упростите выражения в № 483 (1, 2)? Выполняется с комментариями у доски.

7. Что значит сравнить значения выражений? [Между выражениями поставить знак «>», «<» или «=».]

Устно № 485 (1).

8. Что значит найти значение буквенного выражения?

Устно с комментариями у доски выполняется № 487 (1), письменно № 489. Если будет время на уроке, то полезно разобрать фронтально № 496.

Домашнее задание: № 482 (6), 483 (3, 4), 491 (1).

30. Функции и графики (3 ч)

Предметные результаты обучения:

— отмечать точки с заданными координатами на координатной прямой и координатной плоскости;

— задавать точку координатами;

— строить график функции;

— решать графически системы уравнений.

Цель первого урока: систематизация знания учащихся по теме «Координатная прямая и координатная плоскость».

Комментарии. На данном уроке повторяются понятия координатной прямой и координатной плоскости, закрепляется умение задавать точку координатами, находить точку по ее координатам.

В устную работу на повторение полезно включить сравнение числовых выражений в № 485 (5—8) и сравнение чисел, заданных буквами в № 486.

Фронтальная работа по теме урока.

1. Как вы понимаете, что такое координатная прямая? Постройте координатную прямую.

2. В каких случаях мы говорим, что координатная прямая задана?

3. Можно ли считать, что координатная прямая задана, если на прямой отмечены точки -2 и 1?

Выполняются задания из № 502—506.

4. Как вы понимаете, что такое координатная плоскость?

5. Как задать координатную плоскость?

6. Назовите значения для x и y первой, второй, третьей и четвертой координатных четвертей.

Затем выполнить задания из № 508—510.

Домашнее задание: исследовательская работа № 5, прочитать пункт 30.

Цель второго урока: систематизация знаний школьников по теме «Функция».

Комментарии. Начинается урок с обсуждения результатов выполнения исследовательской работы. Вопросы, на которые школьники будут отвечать по своим графикам, позволят в достаточной степени актуализировать соответствующие знания.

На уроке также рассмотреть график движения в № 521, полезно обратить внимание школьников, что по оси ординат откладывается или пройденный путь, или расстояние от некоторой точки (обычно точки старта). Понятно, что пройденный путь не может

уменьшаться, а значит, при движении по графику вправо точка удаляется (в случае остановки не приближается) к оси абсцисс. Другое дело, когда речь идет о графике расстояния — здесь расстояние снова будет равным нулю при возвращении в точку старта. Заметим, что если движение с точкой отсчета, лежащей на этой же прямой, не было прямолинейным, то определить скорость по графику расстояния нельзя. Нельзя также делать вывод о неподвижности тела из того, что расстояние не меняется, — достаточно рассмотреть случай движения вокруг точки отсчета. К сожалению, некоторые авторы учебников часто игнорируют эти очевидные факты.

Фронтальная работа

1. Что называется функцией?

При этом можно изобразить на доске следующий график и спросить у школьников, может ли он быть графиком движения велосипедиста. Ученики должны увидеть, что в некоторые моменты времени велосипедисту пришлось бы *раздваиваться*, поскольку, согласно этому графику, он должен был бы находиться одновременно в двух разных местах.

Именно это требование, требование однозначности, и положено в основу понятия функции.

2. Приведите пример функции. Назовите у функции зависимую и независимую переменные.

3. Назовите способы задания функции. [Графиком, формулой, таблицей.]

Провести работу по графику в № 522. В этой задаче полезно по рисунку 61 учебника, на котором в одной системе координат изображены графики движения яхты и катера (расстояния от причала), поставить дополнительно вопрос о физическом смысле точки пересечения графиков: *«Что можно сказать о яхте и катере в момент, когда их графики движения пересеклись?»* Многие ученики ошибочно полагают, что если графики пересеклись, значит, яхта и катер встретились. Правильный ответ — в этот момент яхта и катер находились на одном и том же расстоянии от причала.

Письменно ученики строят график по таблице значений в № 516.

Устно находят значения функции, заданной формулой в № 525 (1).

Письменно находят значения аргумента функции, заданной аналитически в № 526 (1, 2).

Домашнее задание: № 491 (1), 518, 525 (2), 526 (3), для желающих № 499.

Цель третьего урока: систематизация знаний школьников по теме «Линейная функция».

Комментарии. На повторение материала прошлых уроков проводится проверка домашнего задания и устно выполняются № 494, 495, 507.

Фронтально разбирается № 511, к которому предлагаются дополнительные вопросы.

1. Какие из записанных на доске функций являются линейными?

2. Какая функция называется линейной?

3. Какие функции в № 526 являются линейными?

Письменно выполнить № 526 (1, 2), устно № 527, письменно № 529, фронтально разобрать № 530.

Перед построением графиков функций в № 531 рассказать алгоритм построения. Первый вариант строит график 531 (1), второй — № 531 (2). Во время проверки задания повторить свойства линейной функции.

Перед построением графиков в № 532 (а), 533 (1, 3) обсуждаются алгоритмы их построения.

Домашнее задание: № 532 (б), 533 (2), для желающих № 501, исследовательская работа № 4.

31. Тождественные преобразования (1 ч)

Предметные результаты обучения:

— приводить одночлены и многочлены к стандартному виду;

— раскладывать многочлены на множители;

— сокращать алгебраические дроби.

Цель урока: закрепление материала по теме «Многочлены».

Комментарии. На повторение устно выполнить № 512, 527.

Фронтальная работа по теме.

1. Как вы понимаете, что такое одночлен?

2. Приведите пример одночлена. Какова степень вашего одночлена?

3. Что значит записать одночлен в стандартном виде?

Устно выполнить № 536 и назвать коэффициент одночлена и его степень, письменно № 537 (1).

4. Что такое многочлен?

5. Что значит представить многочлен в стандартном виде?

Выполнить № 538 (1, 3), предварительно ответив на дополнительные вопросы.

1) Сколько получится членов в многочлене перед приведением подобных слагаемых?

2) Найдите свободный член многочлена.

3) Найдите старший коэффициент многочлена.

4) Найдите коэффициент у переменной второй степени.

6. Что значит разложить многочлен на множители?

Посмотрите № 540 и назовите способы разложения многочленов на множители.

Письменно выполните № 540 (1, 4, 7, 10).

Фронтально № 541, письменно № 542 (1, 5, 9).

Домашнее задание: № 539 (1), 540 (2, 5, 8, 11), 542 (2, 6), для желающих № 537 (2).

32. Уравнения и системы уравнений (2 ч)

Предметные результаты обучения:

— решать линейные уравнения и уравнения, сводящиеся к линейным;

— решать задачи, сводящиеся к составлению линейных уравнений;

— решать системы линейных уравнений;

— решать задачи, сводящиеся к составлению системы линейных уравнений.

Цель первого урока: систематизация знаний школьников о решении уравнений.

Комментарии. Во время повторения материала прошлого урока проверяется домашнее задание и устно выполняются № 552, 553.

Фронтальная работа по теме урока.

1. Как вы понимаете, что такое уравнение?

2. Что называют корнем уравнения?

3. Что значит решить уравнение?

Серии самостоятельных работ.

С1: № 554 (1), 555 (1), 556 (1).

С2: № 554 (3), 555 (3), 556 (5).

С3: № 554 (5), 555 (4), 556 (10).

Фронтально разобрать между самостоятельными работами № 556 (11), 564 (1), 593.

Домашнее задание: 554 (2), 555 (2), 556 (2, 6), 564 (2).

Цель второго урока: систематизация знаний школьников о решении систем линейных уравнений.

Комментарии. Устно выполнить № 512, 557, фронтально разобрать № 528 (3). При нахождении значений k и l придем к системе:

$$\begin{cases} 4k + l = 4, \\ -3k + l = -3. \end{cases}$$

Фронтальная работа по теме урока.

1. Что называется решением системы?

2. Какие способы решения системы вы знаете?

3. Сколько может быть решений у системы уравнений?

4. Приведите пример системы, у которой нет решений.

Ученики решают системы уравнений графически в № 535 (1, 3), решают аналитически в № 558 (1, 3), 559 (1), 560 (1). Между решением фронтально с классом составить системы уравнений к задачам № 565 (1), 566 (1).

В *сильном классе* можно решить систему в № 561 (1).

Полезно также рассмотреть со школьниками системы уравнений № 562, которые с помощью разложения на множители сводятся к линейным системам, например № 562 (1):

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 184, \\ x - y = 4, \end{cases} \qquad \begin{cases} (x - y)(x + y) = 184, \\ x - y = 4, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4(x + y) = 184, \\ x - y = 4, \end{cases} \qquad \begin{cases} (x + y) = 46, \\ x - y = 4, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 50, \\ 2y = 42, \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 25, \\ y = 21. \end{cases}$$

Домашнее задание: № 559 (2), 565 (2), 566 (2), для желающих № 561 (2).

На остальных уроках используются задания из разных пунктов раздела «Повторение».

На предпоследнем уроке проводится итоговая контрольная работа.

На последнем уроке естественно подвести итог годовой работы и пожелать школьникам новых и интересных встреч с алгеброй в 8 классе.

ПРОБНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант 1

1. Решите уравнение

$$(3x - 1)^2 - 8(x + 1)^2 = (x + 2)(x - 2).$$

2. Упростите выражение

$$(2a - b)(a + b - c) - (a + 2b)(a - b + c) + 3c(a + b).$$

3. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} 3x - 2y = 14, \\ 2x + y = 7. \end{cases}$$

4. Решите задачу. Пешеход сначала шел в гору со скоростью 3 км/ч, а затем под гору со скоростью 5 км/ч. Найдите общий путь, проделанный пешеходом, если подъем был на 1 км длиннее спуска, а весь путь он прошел за 3 ч.

5. Сократите дробь $\dfrac{a + b + a^2 - b^2}{a - b + a^2 - 2ab + b^2}$ и найдите ее значение при $a = 8{,}24$; $b = -1{,}76$.

Вариант 2

1. Решите уравнение

$$(2x+1)^2 - 3(x-5)^2 = (3+x)(x-3).$$

2. Упростите выражение

$$(a+2b)(a-b-c)-(a-b)(a+2b-c)+2b(c+b).$$

3. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} 5x - 3y = 9, \\ 3x + y = 11. \end{cases}$$

4. Решите задачу. Пешеход сначала шел под гору со скоростью 4 км/ч, а затем в гору со скоростью 3 км/ч. Найдите весь путь, проделанный пешеходом, если на него ушло 3 ч, а спуск был на 5 км длиннее подъема.

5. Сократите дробь $\dfrac{c-a+c^2-a^2}{c+a+c^2+2ac+a^2}$ и найдите ее значение при $a = 6{,}73$; $c = 3{,}27$.

ОТВЕТЫ К ПРОБНОЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

Вариант 1. 1. $-\dfrac{3}{22}$. **2.** a^2+b^2+2bc. **3.** (4; –1). **4.** 11 км. **5.** 0,648.

Вариант 2. 1. $1\dfrac{31}{34}$. **2.** $2b^2-bc$. **3.** (3; 2). **4.** 11 км. **5.** –0,346.

ИТОГОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант 1

I уровень. В заданиях 1—5 укажите букву верного ответа.

1. Найдите значение выражения x^2-2x+1 при $x=-10$.

а) 100; б) 121; в) –121; г) 81.

2. Разложите многочлен $3a^3-12ab^2$ на множители.

а) $3(a^3-4ab^2)$; в) $3a(a-2b)(a+2b)$;
б) $3(a-2b)(a+2b)$; г) $-3a(a^2-4b^2)$.

3. Приведите к одночлену стандартного вида

$$(-2x^3y)^2(3xy^2).$$

а) $-6x^4y^3$; в) $4x^6y^2$;
б) $12x^7y^4$; г) $-12x^6y^4$.

4. Решите уравнение $(2x - 7)(x + 1) = 0$.

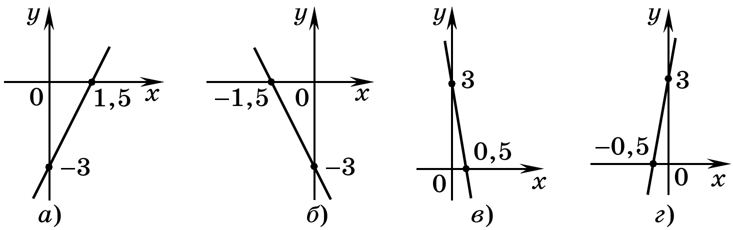
а) 3,5; б) –1; в) 1 и –3,5; г) –1 и 3,5.

5. Брат на 2 года младше сестры. Сколько лет сестре и сколько брату, если вместе им 18 лет?

Буквой x обозначен возраст сестры. Какое из приведенных ниже уравнений составлено верно?

а) $x + 2x = 18$; в) $x + (x - 2) = 18$;
б) $x + (x + 2) = 18$; г) $x + 0,5x = 18$.

6. На каком рисунке изображен график функции $y = 3 - 6x$?



II уровень.

7. Решите уравнение $4x^2 - 9 = 0$.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x - 2y = 14, \\ 2x + y = 7. \end{cases}$

III уровень

9. Катер шел 2 ч по течению реки и 3 ч против течения. Всего он прошел 148 км. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

10. Впишите в скобки пропущенные одночлены так, чтобы получилось тождество

$$(\ldots)^2 \cdot (\ldots)^3 = -8x^5y^6z^9.$$

Вариант 2

I уровень. В заданиях 1—5 укажите букву верного ответа.

1. Найдите значение выражения $x^2 + 2x + 1$ при $x = -10$.

а) 100; б) 121; в) –121; г) 81.

2. Разложите многочлен $2a^2b - 18b^3$ на множители.

а) $2(a^2b - 9b^3)$; в) $2(a - 3b)(a + 3b)$;
б) $2b(a - 3b)(a + 3b)$; г) $-2b(a^2 - 9b^2)$.

3. Приведите к одночлену стандартного вида

$$(3x^2y)^2 \cdot (-2xy^2).$$

а) $-6x^3y^4$; в) x^5y;
б) $-18x^4y^3$; г) $-18x^5y^4$.

4. Решите уравнение $(2x + 7)(x - 1) = 0$.

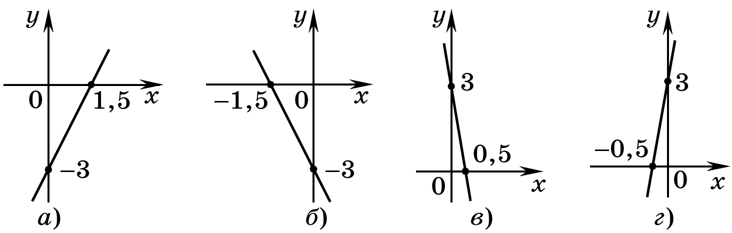
а) 3,5; б) –1; в) 1 и –3,5; г) –1 и –3,5.

5. Брат в 2 раза старше сестры. Сколько лет сестре и сколько брату, если вместе им 21 год?

Буквой x обозначен возраст сестры. Какое из приведенных ниже уравнений составлено верно?

а) $x + 2x = 21$; в) $x + (x + 2) = 21$;
б) $x + (x - 2) = 21$; г) $x + 0{,}5x = 21$.

6. На каком рисунке изображен график функции $y = -2x - 3$?



II уровень

7. Решите уравнение $9x^2 - 16 = 0$.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} 5x - 3y = 9, \\ 3x + y = 11. \end{cases}$

III уровень

9. Моторная лодка 3 ч шла по озеру, а затем еще 2 ч против течения реки. За это время моторная лодка прошла 44 км. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

10. Впишите в скобки пропущенные одночлены так, чтобы получилось тождество

$$(\ldots)^2 \cdot (\ldots)^3 = -9a^6b^3z^{12}.$$

ОТВЕТЫ К ИТОГОВОЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

Вариант 1. 1. б). **2.** в). **3.** б). **4.** г). **5.** в). **6.** в). **7.** $x = 1{,}5$ и $x = -1{,}5$. **8.** $x = 4$, $y = -1$. **9.** 30 км/ч. **10.** Например, $(xy^3z^3)^2 \cdot (-2xz)^3$.

Вариант 2. 1. г). **2.** б). **3.** г).**4.** в). **5.** а). **6.** б). **7.** $x = -1\frac{1}{3}$, $x = 1\frac{1}{3}$. **8.** $x = 3$, $y = 2$. **9.** 10 км/ч. **10.** Например, $(3z^6)^2 \cdot (-a^2b)^3$.

Уважаемые учителя математики!

Вам предстоит провести диагностику уровня сформированности математических представлений, знаний и умений у учеников седьмого класса по алгебре. Вам предлагается работа, составленная в двух вариантах, которая рассчитана на 40 минут урока.

Работа включает задания трех уровней. В заданиях первого уровня ученикам следует выбрать букву правильного ответа. В заданиях второго и третьего уровней нужно представить решения.

После проверки выполнления работы первого ученика заполняется первый столбец в таблице 1. Если задание выполнено правильно, ставится 1 балл, если нет — ничего не ставится.

Наибольшая возможная сумма баллов равна 14. Отметка «3» ставится за 5—7 баллов, отметка «4» — за 8—10 баллов, отметка «5» — за 11— 14 баллов.

Таблица 1. Результаты итоговой контрольной работы

№ задания	Диагностика представлений, знаний и умений учащихся по разделам программы	Отметка о выполнении заданий учениками				
		1	2	3	...	Итого
1	Значение буквенного выражения	1	—	1	...	15
2	Разложение многочлена на множители	1				
3	Свойства степеней	1				
4	Решение уравнения разложением на множители	1				
5	Решение текстовой задачи составлением линейного уравнения	1				
6	График линейной функции	1				
7	Решение квадратного уравнения					
	7.1. План решения	1				
	7.2. Вычисления	1				

Окончание табл.

№ задания	Диагностика представлений, знаний и умений учащихся по разделам программы	Отметка о выполнении заданий учениками				
		1	2	3	...	Итого
8	Решение системы уравнения					
	8.1. План решения	1				
	8.2. Вычисления	1				
9	Решение задачи					
	9.1. Составление линейного уравнения	1				
	9.2. Решение линейного уравнения	1				
10	Представление одночлена в виде произведения квадрата и куба одночленов					
	10.1. Запись одного варианта решения	1				
	10.2. Запись другого варианта решения	1				
	Итого	14				
	Отметка	5				

ПРИЛОЖЕНИЕ

ТАБЛИЦА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДИДАКТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ В СООТВЕТСТВИИ С ПУНКТАМИ УЧЕБНИКА «АЛГЕБРА. 7 КЛАСС»

№ пункта	Название пункта	Тест	Самостоятельная работа	Контрольная работа	Зачет
1	Числовые выражения	Т 1	С 1		
2	Сравнение чисел	Т 2	С 2		
3	Выражения с переменными	Т 3	С 3	№ 1	
4	Математическая модель текстовой задачи	Т 4	С 4		
5	Решение уравнений	Т 5	С 5		
6	Уравнения с двумя переменными и их системы	Т 6	С 6	№ 2	№ 1
7	Понятие функции	Т 7	С 7		
8	Таблица значений и график функции	Т 8	С 8		
9	Пропорциональные переменные	Т 9	С 9		
10	График функции $y = kx$	Т 10	С 10	№ 3	
11	Определение линейной функции				
12	График линейной функции	Т 11	С 11		
13	График линейного уравнения с двумя переменными	Т 12	С 12	№ 4	№ 2
14	Тождества и тождественные преобразования	Т 13	С 13		

Окончание табл.

№ пункта	Название пункта	Тест	Самостоятельная работа	Контрольная работа	Зачет
15	Определение степени	Т 14	С 14	№ 5	
16	Свойства степени	Т 15	С 15		
17	Одночлены	Т 16	С 16		
18	Сокращение дробей	Т 17	С 17	№ 6	№ 3
19	Понятие многочлена	Т 18	С 18		
20	Преобразование произведения одночлена и многочлена	Т 19	С 19		
21	Вынесение общего множителя за скобки	Т 20	С 20	№ 7	
22	Преобразование произведения двух многочленов	Т 21	С 21		
23	Разложение на множители способом группировки	Т 22	С 22	№ 8	
24	Квадрат суммы, разности и разность квадратов	Т 23	С 23		
25	Разложение на множители с помощью формул сокращенного умножения	Т 24	С 24	№ 9	№ 4
26	Равновероятные возможности		С 25		
27	Вероятность события	Т 25	С 26		
28	Число вариантов	Т 26	С 27	№ 10	
29	Выражения	Т 27	С 28		
30	Функции и их графики	Т 28	С 29		
31	Тождественные преобразования	Т 29	С 30		
32	Уравнения и системы уравнений	Т 30	С 31	№ 11	

ОГЛАВЛЕНИЕ