Лицей-интернат для одаренных детей с углубленным изучением химии - филиал ФГБОУ ВО "КНИТУ" в п. Дубровка Республики Татарстан

Тевелева Елена Львовна учитель математики и информатики

Варианты 13, 15 и 18 заданий ЕГЭ по математике 2017 года в Республике Татарстан

(основная волна)

**Задание 13**

**Вариант 1.**

а) решить уравнение;

б) найти все корни уравнения на интервале [-4π; -π].

Решение:

a) Приводим исходное уравнение к обычному квадратному уравнению, используя замену переменных:

, замена b=, при b>0.

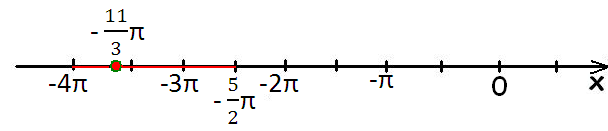
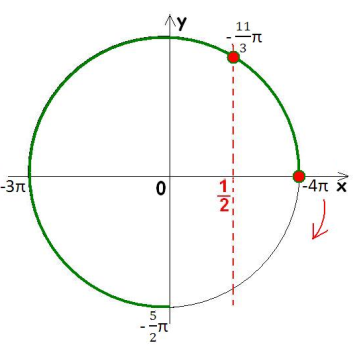
D=36 → b1 = 3, b2 = 9.

Обратная замена: 3 = 9 =

=Cos x = 1, x= 2πn, nϵZ

Cos x = , x= ± + 2πk, kϵZ.

б) Произведем отбор корней, принадлежащих интервалу [-4π; -π] с помощью числовой окружности или числовой прямой:



Ответ: а) x1= 2πn, nϵZ,

х2= ± + 2πk, kϵZ;

б) -4π.

Пояснение к заданию:

1.Некоторые учащиеся предпочитают выходить на минимальное основание – число 3, получая биквадратное уравнение: Далее все как обычно, вводим замену b=, при b>0.

D= 36 →= 3, с учетом ОДЗ b1=

= 9, с учетом ОДЗ b2= 3.

Обратная замена:

Cos x = 1, x= 2πn, nϵZ

Cosx= , x= ± + 2πk, kϵZ.

2. Некоторым учащимся расставить точки на числовой прямой легче и понятнее, чем на числовой окружности (я не запрещаю ☺).

**Вариант 2**

а) решить уравнение;

б) найти все корни уравнения на интервале [π; 3π].

Решение:

a) Приводим исходное уравнение к обычному квадратному уравнению, используя замену переменных:

, замена b=, при b>0.

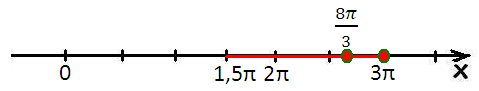
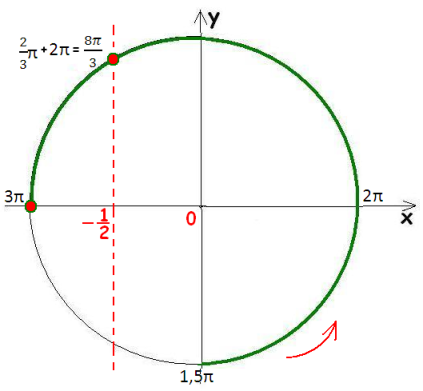
D=4→ b1 = , b2 = .

Обратная замена: = =

==

Cosx= , x= ± + 2πk, kϵZ;Cosx = -1, x= π + 2πn, nϵZ

б) Произведем отбор корней, принадлежащих интервалу [π; 3π]с помощью числовой окружности или числовой прямой:



Ответ: а) x1= ± + 2πk, kϵZ;

х2= π + 2πn, nϵZ.

б) ; 3π.

**Вариант 3**

а) решить уравнение;

б) найти все корни уравнения на интервале [π; 4π].

Ответ: а) x1= ± + 2πk, kϵZ;

х2= π + 2πn, nϵZ.

б) 3π; .

**Вариант 4**

а) решить уравнение;

б) найти все корни уравнения на интервале[- 3π; -π].

Ответ: а) x1= ± + 2πk, kϵZ;

х2= 2πn, nϵZ.

б) -2π;.

**Задание 15**

**Вариант 1**

Решите неравенство:

+ ≥

Решение:

ОДЗ:

Переносим правую дробь через знак неравенства:

+ **.**

Преобразуем произведение в сумму и разложим знаменатель последней дроби на множители:

+  **-** ≥ 0.

+  **-** ≥ 0.

Приводим все дроби к общему знаменателю:

≥ 0.

Введем замену , получим неравенство вида:

≥ 0, в котором раскроем квадраты и приведем подобные слагаемые:

≥ 0 ≥ 0 ≥ 0.

Решим получившееся неравенство методом интервалов:



Решения неравенства: (- ; -4) (4; )

Произведем обратную замену:

# Учтем ОДЗ: x> 0, запишем ответ и получим 2 балла за задание ☺.

**ОТВЕТ: (0;) (81; )**

**Вариант 2**

Решите неравенство:

+ ≥

Решение:

ОДЗ:

Переносим правую дробь через знак неравенства:

+ - **.**

Преобразуем произведение в сумму и разложим знаменатель последней дроби на множители:

+  **-** ≥ 0.

+  **-** ≥ 0.

Приводим все дроби к общему знаменателю:

≥ 0.

Введем замену , получим неравенство вида:

≥ 0, в котором раскроем квадраты и приведем подобные слагаемые:

≥ 0 ≥ 0 ≥ 0.

Решим получившееся неравенство методом интервалов:



Решения неравенства: (- ; -5) (5; )

Произведем обратную замену:

# Учтем ОДЗ: x> 0, запишем ответ.

**ОТВЕТ: (0;) (32; )**

**Вариант 3**

Решите неравенство:

+ ≥

**ОТВЕТ: (0;) (25; )**

**Вариант 4**

Решите неравенство:

+ ≥

**ОТВЕТ: (0;) (64; )**

**Задание 18**

**Вариант 1**

Найдите все значения *а*, при каждом из которых уравнение

ln(3x - a)= ln(4x + a) имеет ровно один корень на отрезке [0; 1].

Решение:

Перенесем все влево, вынесем общий множитель за скобку и получим уравнение вида:

ln(3x - a) - ln(4x + a) = 0.

Произведение двух множителей равно нулю тогда и только тогда, когда один из множителей равен нулю, а другой при этом не теряет смысла, отсюда имеем два случая: либо =0, а

ln(3x - a) - ln(4x + a) при этом значении не теряет смысла; либо ln(3x - a) - ln(4x + a)=0, а не теряет смысл, т.е. ≥ 0.

|  |  |
| --- | --- |
| 1 случай | 2 случай |
| =0 →5x=3→ x=0.6, проверим скобку с логарифмами при этом значении x:  ln(3·0.6 - a) - ln(4·0.6 + a)= ln(1.8 - a) - ln(2.4 + a), выражение имеет смысл, если  Отметим на числовой прямой решение данной системы:    (.  Решим уравнение для найденных значений параметра:(ln(3x - a) - ln(4x + a)) = 0  ,  **[0;1]**  при = - 2.4  ln(3x +) - ln(4x- ) = 0  ln(3x +) =ln(4x-2.4)  3x +=4x  x24.8 , **x2[0;1]**  при = 1.8  ln(3x -1.8) - ln(4x+1.8 ) = 0  ln(3x -1.8) =ln(4x+1.8 )  3x -1.8 = 4x+1.8  x3= -3.6, **x3[0;1]**  Вывод: при (-2.4; 1.8) уравнение имеет один корень, принадлежащий интервалу [0;1]. | ln(3x - a) - ln(4x + a)=0 и≥ 0  Выражениеln(3x - a) - ln(4x + a) будет равняться 0 тогда, когда будут равны аргументы, т.е.  (3x - a) = (4x + a). При этомвыражение не теряет смысла при 5х-3≥ 0.  Найдем значение х из уравнения  (3x - ) = (4x + )  х = - 2 и подставим в неравенство 5х-3 ≥ 0:  - 10 – 3≥ 0  10 ≤ - 3  **≤ - 0.3**  теперь чтобы корень х = -2 принадлежал интервалу [0;1], значение должно находится в интервале  [-]. Учтем, что ≤ - 0.3 и нанесем на числовую прямую полученные значения:  [-0.5; -0.3].  Решим уравнение для найденных значений параметра:(ln(3x - a) - ln(4x + a)) = 0  ,  **[0;1]**  при = -0.5  ln(3x +0.5) - ln(4x-0.5) = 0,  ln(3x +0.5) =ln(4x-0.5)  3x +0.5= 4x-0.5  x2=1, **x2[0;1]**,  при = - 0.3  ln(3x +0.3) - ln(4x – 0.3) = 0,  ln(3x +0.3) =ln(4x – 0.3)  3x +0.3 = 4x – 0.3  x3=0.6 , **x3 совпадает с х1.**  Получается, что при [-0.5; -0.3]уравнение имеет два различных корня, кроме = -0.3 . |
| Совмести найденные решения:  **ОТВЕТ: при (-2.4; -0.5) [-0.3; 1.8)уравнение имеет один корень, принадлежащий интервалу [0;1].** | |

**Вариант 2**

Найдите все значения *а*, при каждом из которых уравнение

ln(x - a)= ln(2x + a) имеет ровно один корень на отрезке [0; 1].

Решение:

Перенесем все влево, вынесем общий множитель за скобку и получим уравнение вида:

(ln(x - a) - ln(2x + a)) = 0.

Произведение двух множителей равно нулю тогда и только тогда, когда один из множителей равен нулю, а другой при этом не теряет смысла, отсюда имеем два случая: либо =0, а

ln(x - a) - ln(2x + a) при этом значении не теряет смысла; либо ln(x - a) - ln(2x + a)=0, а не теряет смысл, т.е. ≥ 0.

|  |  |
| --- | --- |
| 1 случай | 2 случай |
| =0 →3x=2 → x=, проверим скобку с логарифмами при этом значении x:  ln( - a) - ln(2· + a)= ln( - a) - ln( + a), выражение имеет смысл, если  Отметим на числовой прямой решение данной системы:  (.  Решим уравнение для найденных значений параметра:(ln(x - a) - ln(2x + a)) = 0  ,  **[0;1]**  при =при =  ln(x +) - ln(2x ) = 0, ln(x- ) - ln(2x+ ) = 0,  ln(x +) =ln(2x ), ln(x- ) =ln(2x+ )  x + 2x x- = 2x+  x2 - , **x2[0;1]**x3 - , **x3[0;1]**  Вывод: при (уравнение имеет один корень, принадлежащий интервалу [0;1]. | ln(x - a) - ln(2x + a)=0 и≥ 0  Выражениеln(x - a) - ln(2x + a) будет равняться 0 тогда, когда будут равны аргументы, т.е.  (x - a) = (2x + a). При этомвыражение не теряет смысла при 3х-2 ≥ 0.  Найдем значение х из уравнения  (x - ) = (2x + )  х = - 2 и подставим в неравенство 3х-2 ≥ 0:  - 6 – 2 ≥ 0  6 ≤ - 2  **≤ -**  теперь чтобы корень х = -2 принадлежал интервалу [0;1], значение должно находится в интервале [-]. Учтем, что ≤ - и нанесем на числовую прямую полученные значения:    [.  Решим уравнение для найденных значений параметра:(ln(x - a) - ln(2x + a)) = 0  ,  **[0;1]**  при =при = -  ln(x +) - ln(2x ) = 0, ln(x+) - ln(2x - ) = 0,  ln(x +) =ln(2x ), ln(x+) =ln(2x - )  x + 2xx+ = 2x-  x2, **x2[0;1]**,x3= , **x3 совпадает с х1.**  Получается, что при [уравнение имеет два различных корня, кроме =. |
| Совмести найденные решения:  **ОТВЕТ: при [ уравнение имеет один корень, принадлежащий интервалу [0;1].** | |